



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Jakub Jambrich

Optické a magnetooptické vlastnosti tenkých vrstev topologického izolátoru Bi_2Se_3

Fyzikální ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Martin Veis, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Obecná fyzika

Praha 2020

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 4.6.2020

.....

Podpis autora

Na úplnom začiatku tejto bakalárskej práce by som chcel poďakovať najprv vedúcemu práce RNDr. Martinovi Veisovi, Ph.D. a konzultantovi RNDr. Milanovi Orlitovi, Ph.D. za pomoc pri meraní a spracovaní dát, ako aj za zodpovedanie mojich častokrát vyčerpávajúcich, či opakujúcich sa otázok. Ďalej by som chcel poďakovať svojmu okoliu za podporu a vytvorenie príjemnej a niekedy aj produktívnej atmosféry pri štúdiu. Menovite priateľke Säre, rodičom Marekovi a Márii aj spolubývajúcemu Jarovi, ale aj ostatným, ktorý toto čítate a svoje meno ste tu nenašli.

Název práce: Optické a magnetooptické vlastnosti tenkých vrstiev topologického izolátora Bi_2Se_3

Autor: Jakub Jambrich

Katedra: Fyzikální ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Martin Veis, Ph.D., Fyzikální ústav UK

Abstrakt: Významným objektom výskumu v oblasti materiálov sa v posledných dvoch desaťročiach stali topologické izolátory. Ich hlavnou výhodou je, že sa na ich povrchu vytvárajú metalické vodivé stavy, v ktorých sa elektróny dokážu pohybovať, akoby ich efektívna hmotnosť bola takmer nulová. Táto vlastnosť má obrovský potenciál na využitie v novej generácii vysokorýchlostnej elektroniky. V tejto práci sa venujeme skúmaniu optických a magnetooptických vlastností topologického izolátoru Bi_2Se_3 , ktoré sú kľúčové pre jeho ďalšie potenciálne využitie. Pomocou merania absorpcie na Landauových hladinách vo vysokom magnetickom poli určíme tvar disperzie elektrónovej štruktúry, ako aj šírku zakázaného pásu. Následne spektroskopickou elipsometriou v rozsahu viditeľného a blízkeho ultrafialového spektra odmeriame energetickú závislosť komplexnej relatívnej permitivity, ktorá je kľúčová pre popis optických vlastností.

Klíčová slova: topologické izolátory, fourier-transform infrared spectroscopy, spektroskopická elipsometria, Landauove hladiny

Title: Optical and magnetooptical properties of thin layers of topological insulator Bi_2Se_3

Author: Jakub Jambrich

Department: Institute of Physics, Charles University

Supervisor: RNDr. Martin Veis, Ph.D., Institute of Physics, Charles University

Abstract: Topological insulators have attracted intensive research interest in the field of material research in the last two decades. Their main advantage is that metallic conductive states are formed on their surface, in which the electrons can move as if their effective mass is nearly zero. This feature has huge potential for use in the new generation of high-speed electronics. In this work, we investigate the optical and magneto-optical properties of the topological insulator Bi_2Se_3 , which are key to its further potential use. By measuring the absorption at Landau levels in a high magnetic field, we determine the shape of the dispersion of the electronic structure as well as the bandgap. Subsequently, by spectroscopic ellipsometry in the range of the visible and near-ultraviolet spectrum, we measure the energy dependence of complex relative permittivity, which is the key for the description of optical properties.

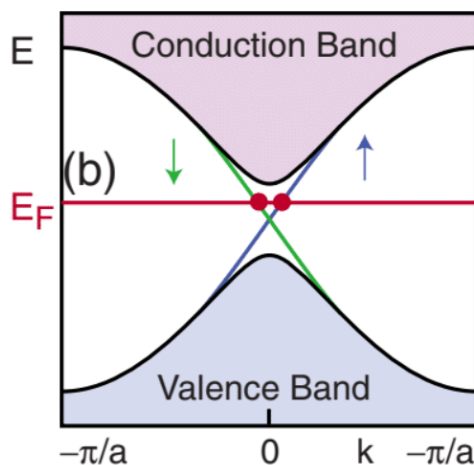
Keywords: topological insulators, fourier-transform infrared spectroscopy, spectroscopic ellipsometry, Landau levels

Obsah

Úvod	2
1 Teória	4
1.1 Svetlo ako elektromagnetické vlnenie	4
1.1.1 Vlnová rovnica	4
1.1.2 $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ ako ortogonálny systém	5
1.1.3 Intenzita svetla	7
1.2 Polarizácia svetla	7
1.2.1 Polarizačná elipsa	7
1.2.2 Komplexná reprezentácia	8
1.2.3 Jonesov formalizmus	9
1.2.4 Komplexný parameter polarizácie	10
1.3 Klasický model absorpcie	10
1.3.1 Komplexný index lomu dielektrík	10
1.3.2 Absorpčný koeficient	12
1.4 Landauove hladiny	14
2 Experimentálne metódy	17
2.1 IR magnetotransmisia	17
2.1.1 FTIR	17
2.1.2 Meranie spektrálnej závislosti transmisie na intenzite magnetického poľa	18
2.2 Elipsometria	19
3 Príprava a popis vzorky	21
4 Experimentálne výsledky – Infračervená magnetotransmisia	22
4.1 Merania v nízkom magnetickom poli	22
4.2 Merania vo vysokom magnetickom poli	23
5 Experimentálne výsledky – spektroskopická elipsometria	29
6 Diskusia výsledkov	31
6.1 IR magnetotransmisia	31
6.2 Elipsometria	31
Záver	33
Zoznam použitej literatúry	34
Zoznam obrázkov	35
Zoznam tabuliek	37

Úvod

V posledných desaťročiach sa vďaka svojim unikátnym vlastnostiam stali jedným z hlavných predmetov materiálového výskumu topologické izolátory. Topologické izolátory sú materiály, ktoré sa vo svojom vnútri správajú ako izolátory, ale na ich povrchu dochádza k vytvoreniu metalických stavov. To má za následok, že k pohybu elektrónov dochádza len na povrchu. Tieto povrchové vodivostné stavy sú jedinečné tým, že sú generované takzvanou T-symetriou¹ a zachovaním počtu častíc [1] [2]. K vytvoreniu povrchových stavov dochádza v materiáloch, ktorých Fermiho hladina sa nachádza vnútri zakázaného pásu. Povrchové stavy sa prejavujú lineárnou disperziou elektrónových pásov (Viď obr. 1). Elektróny sa na povrchu pohybujú, akoby mali takmer nulovú hmotnosť a cez prekážky topologického charakteru dokážu pretunelovať. Odtiaľ pochádza názov *topologické izolátory*.



Obr. 1: Náčrt vzniku lineárnej disperzie povrchových stavov. Fermiho hladina $E = E_F$ sa nachádza vnútri zakázaného pásu. Elektróny pohybujúce sa na povrchu sa správajú akoby mali takmer nulovú hmotnosť a tunelujú skrz potenciálové bariéry spôsobené nedokonalosťou povrchu. Pre elektrón s hybnosťou $\hbar k_0$ (červený bod vpravo, spin hore) je energeticky oveľa výhodnejšie bariéru pretunelovať, ako sa od nej odraziť a získať tak hybnosť $-\hbar k_0$ (červený bod vľavo spin dole), pretože to by nutne viedlo k zmene spinu. Klesnúť na nižšiu energiu elektrón nemôže, nakoľko všetky stavy s nižšou energiou sú obsadené (vyplýva z definície Fermiho hladiny). Z tohto dôvodu je pre elektrón energeticky najvýhodnejšie skrze prekážku pretunelovať. [2]

Práve spomenutá takmer nulová hmotnosť elektrónov sa stala motiváciou pri výskume týchto materiálov, pretože sa predpokladá jej veľmi široká využiteľnosť pri novej generácii vysokorýchlostnej elektroniky [1]. Pre určenie hraníc uplatniteľnosti týchto nových materiálov je potrebné dôkladné preskúmanie ich základ-

¹T-symetria alebo *time reversal symmetry* je symetria voči obráteniu plynutia času. Harmonický oscilátor bez disipácie energie t-symetriu zachováva, naopak pri tepelnej výmene táto symetria zachovaná nie je.

ných fyzikálnych vlastností, ktoré je kľúčové pre ich potenciálnu aplikáciu, ako aj pre ďalší výskum.

V tejto bakalárskej práci sa budeme venovať výskumu optických vlastností a elektrónovej štruktúry topologického izolátoru Bi_2Se_3 . Na začiatku sa budeme venovať základom teórie svetla ako elektromagnetického žiarenia a predstavíme si klasický model absorpcie. Rovnako predstavíme aj formalizmus používaný pre polarizované svetlo. Ďalej popíšeme experimentálne metódy používané na meranie. Optické vlastnosti materiálu budeme skúmať s pomocou spektroskopie elipsometrie a elektrónovú štruktúru zmapujeme pomocou meraní absorpcie na Landauových hladinách vo vysokom magnetickom poli. Tieto merania nám dajú informácie o šírke zakázaného pásu či o disperzii pásovej štruktúry. Následne vyhodnotíme dosiahnuté výsledky a porovnáme ich z výsledkami iných meraní.

1. Teória

1.1 Svetlo ako elektromagnetické vlnenie

1.1.1 Vlnová rovnica

Odvodenie vlnovej povahy svetla pochádza z Maxwellovej teórie o elektromagnetizme. Na úvod si z Maxwellových rovníc, ktoré udávajú vzťahy medzi základnými veličinami popisujúcimi elektromagnetické pole, odvodíme vlnovú povahu svetla, sú nimi veličiny popisujúce elektrické pole a to vektor elektrickej intenzity \vec{E} a vektor elektrickej indukcie \vec{D} . Ďalej veličiny popisujúce magnetické pole a to vektor intenzity magnetického poľa \vec{H} a vektor magnetickej indukcie \vec{B} . Maxwellove rovnice [3]

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0,\end{aligned}$$

vyjadrujú vzťah medzi uvedenými veličinami a zdrojmi elektromagnetického poľa, ktoré sú reprezentované hustotou elektrického náboja ρ a hustotou elektrického prúdu (prúdovou hustotou) \vec{j} .

Ako bolo spomenuté vyššie, na popis elektrického a magnetického poľa sú pre úplnosť potrebné dve veličiny. Dôvodom je správanie sa elektrického a magnetického poľa v látkovom prostredí. Preto sa vzťahy medzi \vec{E} a \vec{D} , respektíve \vec{B} a \vec{H} nazývajú *materiálové vzťahy*

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad (1.1)$$

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu \vec{H} \quad (1.2)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (1.3)$$

kde ϵ_0 , ϵ_r a ϵ sú permitivita vákua, relatívna permitivita a ich súčin reprezentuje permitivitu daného prostredia. Rovnako μ_0 , μ_r a μ sú postupne permeabilita vákua, relatívna permeabilita a ich súčin je permeabilita daného prostredia. σ je vodivosť prostredia.

Z využitím materiálových vzťahov 1.1 – 1.3 si vieme Maxwellove rovnice prepísať tak, že budú len rovnicami vektorov \vec{B} a \vec{E} . Ak sa obmedzíme na riešenie týchto rovníc vo vákuu, teda v prostredí kde $\rho = 0$, $\vec{j} = 0$, $\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 1$ a $\sigma = 0$, potom budú mať rovnice tvar

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.7)$$

Aplikujeme operátor rotácie na 1.4. Z využitím vektorovej identity pre ľavú stranu a zámennosti časovej derivácie a operátora rotácie na pravej strane dostaneme

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}).$$

Za použitia nulovosti divergencie intenzity elektrického poľa 1.5 a rovnice pre rotáciu magnetickej indukcie 1.6 dostaneme

$$\Delta \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (1.8)$$

čo je známy tvar parciálnej diferenciálnej rovnice známej ako *bezzdrojová vlnová rovnica*. Z tvaru Maxwellových rovníc 1.4 — 1.7 je vidieť symetriu voči vektorovým premenným \vec{B} a \vec{E} . Analogickým postupom dokážeme dostať vlnovú rovnicu aj pre \vec{B} v tvare

$$\Delta \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}. \quad (1.9)$$

Tento výsledok je veľmi dôležitý, pretože nám hovorí, že vo vákuu sa dokáže bez nutnosti akéhokoľvek média šíriť elektrická aj magnetická vlna, pričom obe sa budú šíriť rovnakou rýchlosťou, ktorej veľkosť je zo znalosti tvaru vlnovej rovnice rovná

$$|\vec{v}| = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299\,792\,458 \text{ m/s}. \quad (1.10)$$

Historicky, bola práve veľkosť tejto rýchlosti dôvod k uvedomeniu si, že svetlo, ktorého rýchlosť bola v tom čase s istou presnosťou známa a jej hodnota sa blížila k hodnote rýchlosti pohybu elektromagnetických vln, je elektromagnetické žiarenie.

1.1.2 $\vec{E}, \vec{B}, \vec{k}$ ako ortogonálny systém

Ak budeme riešiť vlnové rovnice 1.8 a 1.9 v celom priestore, najjednoduchším netriviálnym riešením, ktoré dostaneme je riešenie v tvare harmonickej rovinnej vlny, pod čím sa rozumejú vektory \vec{E} a \vec{B} v tvare

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \left((\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \right), \quad (1.11)$$

kde ω je uhlová frekvencia vlnenia, \vec{r} je polohový vektor miesta, v ktorom udávame elektrickú intenzitu, ϕ je nábeh fázy vlny a \vec{k} je takzvaný vlnový vektor, ktorý má smer šírenia vlny a veľkosť

$$|\vec{k}| = \frac{\omega}{c} n \vec{s}, \quad (1.12)$$

kde \vec{s} je jednotkový vektor v smere šírenia svetla a n je index lomu. Tvrdenie, že vektor \vec{k} smeruje rovnakým smerom ako je smer šírenia vlnenia nie je úplne správne, nakoľko neplatí v materiáloch, v ktorých je index lomu nejaký všeobecný tenzor. Pre naše potreby je ale takéto zjednodušenie oprávnené.

Bez ujmy na všeobecnosti, môžeme natočiť súradnicové osi tak, že svetlo sa bude šíriť v smere osi z

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(k_z z - \omega t + \phi), \quad (1.13)$$

čo vieme vektorovo zapísať ako

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} -E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{pmatrix} \cos(k_z z - \omega t + \phi). \quad (1.14)$$

Na takto zvolenej elektrickej zložke poľa 1.14 si odvodíme kolmost vektorov \vec{E} , \vec{B} a \vec{k} . Táto trojica vektorov tak tvorí ortogonálny systém a navyše vektory \vec{E} a \vec{B} generujú rovinu kolmú na smer šírenia svetla. Pristúpme teda k samotnému odvodeniu. Pomocou Faradayovho zákona \vec{E} 1.4 si odvodíme tvar vektora magnetickej indukcie \vec{B} . Spočítaním rotácie a integráciou skrz čas dostaneme

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} -E_{0y} \\ E_{0x} \\ 0 \end{pmatrix} \frac{k_z}{\omega} \cos(k_z z - \omega t + \phi). \quad (1.15)$$

Vidíme, že skalárny súčin vektorov \vec{E} a \vec{B} je nula, čo znamená, že táto dvojica vektorov je na seba kolmá. Kolmost \vec{B} a \vec{k} je takisto triviálna a to vďaka voľbe \vec{k} , pri ktorej je nenulová len jediná zložka. Skalárny súčin týchto dvoch vektorov je preto takisto rovný nule. Kolmost \vec{E} a \vec{k} ale nie je taká zrejímavá. Jednoduchým skalárnym súčinom ju nedostaneme, ten vyjde rovný

$$\vec{E} \cdot \vec{k} = E_{0z} \sin(k_z z - \omega t + \phi) k_z. \quad (1.16)$$

Potrebuje preto využiť Gaussov zákon pre elektrické pole 1.5. Z neho dostaneme

$$\nabla \cdot \vec{E} = E_{0z} \sin(k_z z - \omega t + \phi) k_z = 0, \quad (1.17)$$

čo je ako vidíme, to isté ako skalárny súčin \vec{E} a \vec{k} , teda nula. Toto nám dokazuje nielen kolmost vektorov \vec{E} a \vec{k} , ale zároveň nám to aj dáva podmienku $E_z = 0$, aby platila rovnica 1.16. Vidíme teda, že aj vektor \vec{E} musí nutne ležať v rovine xy – kolmej na smer šírenia svetla, čím sme dokázali naše tvrdenie o ortogonalite vektorov \vec{E} , \vec{B} a \vec{k} .

1.1.3 Intenzita svetla

Keď sa bežne bavíme o svetle, jeden z kľúčových parametrov, ktoré používame na jeho opis, je okrem farby (reprezentovanej jeho frekvenciou, respektíve vlnovou dĺžkou) aj jeho intenzita. Intenzita svetla je merateľná fyzikálna veličina. Dôležité je ale túto empiricky známu veličinu zaviesť matematicky a rovnako ju aj zasadiť do popisu svetla vychádzajúceho z teórie elektromagnetizmu.

Intenzita svetla je pojem súvisiaci s priestorovou hustotou výkonu prenášaného elektromagnetickým poľom. Zavádzame ju ako veľkosť strednej časovej hodnoty takzvaného Poyntingovho vektora

$$I(\vec{r}) = \left| \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle \right|. \quad (1.18)$$

Pre monochromatickú rovinnú vlnu vieme tento vzťah zjednodušiť na [3].

$$I = \frac{nc\epsilon_0}{2} |\vec{E}_0|^2 \quad (1.19)$$

Vidíme teda, že intenzita svetla nie je lineárnou funkciou vektora \vec{E} , čo má za následok rôzne neintuitívne javy pri interferencii alebo nelineárnej optike.

1.2 Polarizácia svetla

1.2.1 Polarizačná elipsa

Polarizácia je všeobecná vlasnosť, ktorou disponujú všetky vektorové vlny a teda aj elektromagnetické vlnenie. Ako vieme z predchádzajúcej časti, rovinná harmonická vlna šíriaca sa v smere z je reprezentovaná vektorom elektrickej intenzity \vec{E} ležiacim v rovine $z = \text{konšt.}$ Bude mať preto dve nenulové zložky

$$E_x = E_{x0} \cos(k_z z - \omega t + \delta_x) = E_{x0} \cos(\phi + \delta_x) \quad (1.20)$$

$$E_y = E_{y0} \cos(k_z z - \omega t + \delta_y) = E_{y0} \cos(\phi + \delta_y). \quad (1.21)$$

Z tvaru zložiek je vidieť, že nakoľko časový vývoj elektrickej intenzity v priestore ϕ je pre oba komponenty rovnaký, bude vývoj \vec{E} daný najmä ich počiatočnými fázami δ_x , δ_y a amplitúdami E_{x0} , E_{y0} .

Ak budeme uvažovať len priemet vektora \vec{E} do roviny $z = \text{konšt.}$, môže nás zaujímať, aký tvar bude v tejto rovine opisovať \vec{E} počas svojho časového vývoja. Pre odvodenie tohto tvaru sa pokúsime zbaviť závislosti rovníc 1.20 a 1.21 na čase. Využitím súčtových vzorcov a postupnými úpravami dostaneme vzťah [3]

$$\frac{E_x^2}{E_{x0}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{x0}} \frac{E_y}{E_{y0}} \cos \delta + \frac{E_y^2}{E_{y0}^2} = \sin^2 \delta, \quad (1.22)$$

kde ako je vidieť, sme zaviedli parameter δ , ktorý sme definovali ako rozdiel nábehov fázy $\delta = \delta_y - \delta_x$.

Z tvaru 1.22 je vidieť, že rovnica je rovnicou implicitne zadanej krivky a keďže sa jedná o krivku stupňa dva v tvare

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + d = 0, \quad (1.23)$$

o ktorej z teórie o kvadrikách vyplýva, že sa jedná o elipsu, keďže

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} = \frac{1 - \cos^2 \delta}{E_x 0^2 E_y 0^2} \geq 0. \quad (1.24)$$

Zavedieme preto pojem *polarizačná elipsa*, pod ktorým rozumieme obraz celého časového vývoja vektora $\vec{\mathbf{E}}$ v rovine $z = \text{konšt.}$ Polarizované svetlo môžeme potom v širšom zmysle nazývať akékoľvek svetlo, ktoré sa šíri ako harmonická vlna a obraz celého časového vývoja vektora $\vec{\mathbf{E}}$ je elipsa ¹. V užšom zmysle sa bude jednať o lineárne alebo kruhovo polarizované svetlo (priamku a kruh prehlásime za špeciálne, limitné prípady elipsy), pričom k zavedeniu týchto pojmov sa dostaneme v nasledujúcom odseku.

Z tvaru rovnice 1.22 vieme odvodiť, že polarizačná elipsa pre $\delta = m\pi/2$, kde m je nepárne a $E_{x0} = E_{y0} := E_0$ nadobudne tvar

$$\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{E_0^2} = 1, \quad (1.25)$$

a stane sa kružnicou. Takýto špeciálny typ polarizácie nazývame kruhová polarizácia a svetlo polarizované týmto spôsobom nazývame *kruhovo polarizované svetlo*. Pre $\delta = m\pi$ kde $m \in \mathbf{Z}$ nadobudne 1.22 tvar

$$\frac{E_y}{E_{y0}} = \frac{E_x}{E_{x0}} (-1)^m. \quad (1.26)$$

Jedná sa o rovnicu priamky, ktorej sklon je daný pomerom E_{x0} a E_{y0} . Tento typ polarizácie je pre nás významný a nazýva sa lineárna polarizácia. Takto polarizované svetlo nazývame potom *lineárne polarizované svetlo*. Lineárne polarizované svetlo je samozrejme idealizácia. V praxi sme ale schopný dosiahnuť, aby polarizačná elipsa mala extrémne pretiahnutý tvar, veľmi podobný úsečke. Pre vyjadrenie toho ako veľmi je polarizačná elipsa podobná priamke sa zavádza *stupeň polarizácie* S ako

$$S = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1.27)$$

kde I_{\max} a I_{\min} sú najväčšia, respektíve najmenšia možná intenzita svetla, ktorú dostaneme po prechode svetla analyzátorom ².

1.2.2 Komplexná reprezentácia

Pri matematickom popise fyzikálnych zákonov, ktoré sú lineárne voči $\vec{\mathbf{E}}$ je výhodné zaviesť takzvanú komplexnú reprezentáciu. Toto zavedenie si ukážeme na príklade harmonickej rovinnej vlny šíriacej sa v smere osi z vyjadrenej ako

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_0 \cos(\omega t - k_z z + \phi) \quad (1.28)$$

¹Ak časový priebeh elektrického poľa nie je popísaný periodickou harmonickou funkciou, bude obraz časového vývoja $\vec{\mathbf{E}}$ v rovine $z = 0$ nejaká všeobecná krivka.

²Analyzátor je polarizátor, ktorým testujeme stav polarizácie svetla. Pri natáčaní týmto polarizátorom sa mení intenzita svetla prejdeného cez polarizátor. Pre lineárne polarizované svetlo, dokážeme určiť v ktorom smere je polarizované tak, že nájdeme uhol natočenia, pod ktorým je intenzita prejdeného svetla najmenšia. Pre ideálne lineárne polarizované svetlo potom pre istý uhol natočenia analyzátor neprepúšťa žiadne svetlo. Stupeň polarizácie je potom z 1.27 rovný 1.

Takúto vlnu si vieme zapísať ako

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{2} \{ \tilde{E}_0^* e^{i\omega t - k_z z} + \tilde{E}_0 e^{-i\omega t + i k_z z} \}, \quad (1.29)$$

kde

$$\tilde{E}_0 = E_0 e^{-i\phi} \quad (1.30)$$

nazývame komplexná amplitúda. V prípade už skôr spomínanej lineariry voči $\vec{\mathbf{E}}$ počítame preto s elektrickým poľom v tvare

$$\vec{\mathbf{E}} = \tilde{E}_0 e^{-i\omega t + i k_z z}. \quad (1.31)$$

Na záver vezmeme len jeho reálnu časť.

1.2.3 Jonesov formalizmus

Jonesov formalizmus je zjednodušený spôsob popisu polarizovaného svetla pomocou vektorov z \mathbb{R}^2 a optických prvkov pomocou matíc z $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$. Ak stav svetla popisujeme vektorom elektrickej intenzity, nachádzajúcim sa v rovine xy . Pre jeho zložky v komplexnej reprezentácii platí:

$$E_x = E_{x0} e^{i(k_z z - \omega t + \delta_x)} = A_x e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (1.32)$$

$$E_y = E_{y0} e^{i(k_z z - \omega t + \delta_y)} = A_y e^{i(k_z z - \omega t)}, \quad (1.33)$$

kde $A_x = E_{x0} e^{i\delta_x}$ a $A_y = E_{y0} e^{i\delta_y}$. Jonesov vektor $\vec{\mathbf{J}}$ vieme potom zaviesť spôsobom:

$$\vec{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \cdot e^{i(k_z z - \omega t)} = \vec{\mathbf{J}} \cdot e^{i(k_z z - \omega t)}. \quad (1.34)$$

Tvar matíc popisujúcich optické prvky je daný vlastnosťami optických prvkov. Vieme ho odvodiť jednoducho tak, že poznáme stav polarizácie svetla pred a po prechode optickým prvkom. Uvedieme si príklad odvodenia tvaru Jonesovej matice pre polarizátor prepúšťajúci lineárne polarizované žiarenie, ktorého vektor $\vec{\mathbf{E}}$ kmitá v smere β .

Najprv potrebujeme poznať, ako vyzerá matica rotácie o uhol β a matica polarizátora prepúšťajúceho svetlo v smere osi x . Matica rotácie je dobre známou maticou

$$\mathbf{R}(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

a rovnako matica projekcie do smeru x je

$$\mathbf{R}_{\text{proj.}}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Prepustenie polarizácie v smere β vieme potom chápať ako zrotovanie súradnicovej sústavy o uhol $-\beta$, čím dosiahneme, že priepustný smer polarizátora bude ležať v smere osi x . Následne vezmeme len projekciu Jonesovho vektora do osi x a potom spätne zrotujeme súradnicovú sústavu o uhol β . Na Jonesov vektor

aplikujeme matice odpovedajúce týmto úkonom postupne a rešpektujúc pravidlá maticového násobenia dostaneme výslednú maticu polarizátora ako

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\text{polar.}}(\beta) &= \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2(\beta) & \sin(\beta)\cos(\beta) \\ \sin(\beta)\cos(\beta) & \sin^2(\beta) \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

1.2.4 Komplexný parameter polarizácie

Sú prípady, keď nás nezaujíma intenzita žiarenia a fázový rozdiel jednotlivých zložiek, ale naopak podstatnými sú pre nás uhol natočenia polarizačnej elipsy ψ a elipticita χ . definovaná ako $\tan(\chi) = \mp b/a$ (kde b a a sú postupne veľká a malá poloos polarizačnej elipsy). V takýchto prípadoch je možné pre popis polarizácie zaviesť takzvaný komplexný parameter polarizácie [4] ako

$$\eta = \frac{A_y}{A_x} = \frac{|A_y|}{|A_x|} e^{i\delta_y}. \quad (1.37)$$

Ak svetlo prechádza optickou sústavou popísanou Jonesovou maticou

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

bude vzťah medzi komplexným parametrom polarizácie na vstupe η_{in} a komplexným parametrom polarizácie na výstupe η_{out} [4]

$$\eta_{out} = \frac{d\eta_{in} + c}{b\eta_{in} + a}. \quad (1.39)$$

Zo vzťahu 1.39 vidíme, že konečný stav polarizácie po prechode aparátúrou je závislý len na vstupnom stave, a nie na hodnote intenzity alebo fázy zložiek.

1.3 Klasický model absorpcie

1.3.1 Komplexný index lomu dielektrík

Svetlo pri prechode látkovým prostredím stráca na intenzite. Tento jav nazývame absorpcia. Existuje mnoho fyzikálnych modelov popisujúcich absorpciu. Prvým hodnoverným modelom, ktorý už dáva v mnohých ohľadoch uspokojivé výsledky vymyslel H. A. Lorentz v roku 1878. Jedná sa o nekvantový – klasický model, ktorý ale dáva dobrý nadhľad do celej problematiky a pre naše účely a zavedenie pojmov postačuje.

Z predchádzajúcich kapitol vieme, že intenzita svetla je úmerná druhej mocnine strednej časovej hodnoty veľkosti vektora $\vec{\mathbf{E}}$. Absorpcia bude preto logicky súvisieť zo zmenou veľkosti tohto vektora.

Uvažujme polovodič, v ktorom sú elektróny silovo viazané k jadram (ako sprostredkovateľa sily si môžeme predstaviť pružinu) a kmitajú okolo rovnovážnych polôh v dôsledku tepelných kmitov. Keďže hmotnosť elektrónu je zanedbateľná

v porovnaní s hmotnosťou jadra, budeme predpokladať, že jadro je nehybné a pohybuje sa len elektrón. Pre jeho pohyb bude platiť vzťah

$$m_e \ddot{x} + m_e \gamma \dot{x} + \kappa x = qE \quad (1.40)$$

odvodený z Newtonovej pohybovej rovnice, kde m_e je hmotnosť elektrónu, x je výchylka elektrónu z rovnovážnej polohy, γ je konštanta charakterizujúca tlmenie kmitov elektrónu vyžarovaním a κ charakterizuje tuhosť pomyslenej pružiny, ktorou je elektrón pripevnený v jadre. Pravá strana reprezentuje vonkajšiu Coulombovskú silu reprezentovanú poľom dopadajúcej elektromagnetickej vlny pôso-biacej na elektrón, ktorého náboj je q . Frekvencia kmitov takéhoto oscilátora je [5]

$$\Omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m_e}}. \quad (1.41)$$

Predpokladajme, že do nami popisovaného prostredia vstúpi harmonická elektromagnetická vlna. V mieste nami študovaného atómu bude časovo premenné elektrické pole

$$E = \tilde{E} e^{-i\omega t + ik_z z}. \quad (1.42)$$

Hľadáme preto riešenie diferenciálnej rovnice 1.40 v tvare

$$\tilde{x}(t) = \tilde{x}_0 e^{-i\omega t + ik_z z}. \quad (1.43)$$

Po vyriešení dostaneme tvar konštanty \tilde{x}_0

$$\tilde{x}_0 = \frac{qE}{m_e (\Omega^2 - \omega^2 - i\omega\gamma)}. \quad (1.44)$$

Platí

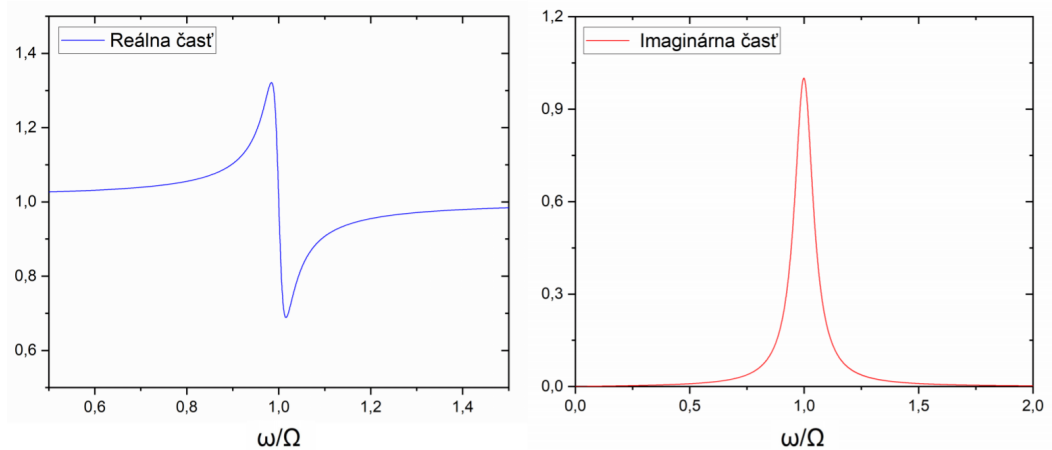
$$\vec{P} = \chi \vec{E} = Nq\vec{x} \quad (1.45)$$

kde \vec{P} je vektor polarizácie, χ je elektrická susceptibilita, N je počet dipólov (v našom prípade dvojíc elektrón-jadro) na jednotku objemu a \vec{x} je vektor o veľkosti výchylky z rovnovážneho stavu a smerujúci od jadra smerom k elektrónu.

Z rovníc 1.45 a 1.44 si vyjadríme elektrickú susceptibilitu a pomocou nej si vyjadríme relatívnu permitivitu, ktorá je rovná kvadrátu komplexného indexu lomu

$$\epsilon_r = 1 + \tilde{\chi} = \tilde{n}^2 = 1 + \frac{(q^2 N) (\Omega^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)}{m_e \epsilon_0 ((\Omega^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2)}. \quad (1.46)$$

Zo vzťahu 1.46 si vieme separovať reálnu a imaginárnu časť indexu lomu. Z grafu 1.1 vidíme, že pre $\omega/\Omega = 1$ nadobúda funkcia imaginárnej časti relatívnej permitivity svoje maximum a naopak reálna časť je vtedy rovná 1. Z grafu ako aj funkčného predpisu je takisto vidieť závislosť medzi reálnou a imaginárnou časťou indexu lomu. V okolí oblasti maxima imaginárnej časti sledujeme pokles reálnej časti relatívnej permitivity. Tomuto poklesu by v grafe reálneho indexu lomu odpovedala oblasť anomálnej disperzie, čo je oblasť, v ktorej index lomu zo zvyšujúcou energiou žiarenia klesá. Pozorovaná závislosť reálnej a imaginárnej časti relatívnej komplexnej permitivity je známym výsledkom komplexnej analýzy s názvom *Kramers-Kronigerove relácie* [3]. Ako ukážeme ďalej, imaginárna časť tohto kvadrátu má na svedomí absorpciu a reálna časť je zodpovedná za samotný lom svetla.



Obr. 1.1: Graf závislosti imaginárnej a reálnej časti kvadrátu indexu lomu na pomere uhlovej frekvencie svetla ω a vlastnej frekvencie oscilátorov Ω . Pre pomer $\omega/\Omega = 1$ dochádza k rezonancii, čo sa prejaví na prudkom náraste imaginárnej časti indexu lomu. Zároveň vidíme prudkú zmenu reálnej časti indexu lomu. Je viditeľná istá závislosť medzi imaginárnou a reálnou časťou indexu lomu. Túto závislosť popisujú Kramers-Kronigerove relácie. [3] Graf bol vykreslený ako ilustrácia pre parametre $(q^2 N)/m_e \epsilon_0 = 1$, $\gamma = 1$ a $\Omega^2 = 1000$.

1.3.2 Absorpčný koeficient

Cieľom tejto podkapitoly, ako aj celej kapitoly je nielen odvodiť známy vzťah pre pokles intenzity svetla v materiáli, ale najmä závislosť absorpčného koeficientu na parametroch materiálu, ktoré sme doteraz reprezentovali pomocou vlastnej frekvencie kmitov mikroskopických oscilátorov tvoriacich materiál a na vlnovej dĺžke, respektíve frekvencii svetla.

Budeme predpokladať že svetlo rozkmitáva oscilátory tvoriace materiál výkonom P rovným

$$P = qE\dot{x}, \quad (1.47)$$

kde q je náboj oscilátora (elektrónu) E je veľkosť elektrického poľa. Pre jednoduchosť budeme predpokladať lineárne polarizované svetlo v smere osi x (budeme preto stotožňovať $E = E_x = |\vec{E}|$) a \dot{x} je časová zmena výchylky harmonického oscilátora, ktorá je pre jednoduchosť znova v smere lineárnej polarizácie svetla. Ak svetlo je harmonická vlna, časová závislosť elektrickej zložky svetla bude mať tvar

$$E = \frac{1}{2} \tilde{E}_0^* e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \tilde{E}_0 e^{-i\omega t} \quad (1.48)$$

a výchylka harmonického oscilátora bude, za rovnakej komplexnej symboliky

$$x = \frac{1}{2} \tilde{x}_0^* e^{i\omega t} + \frac{1}{2} \tilde{x}_0 e^{-i\omega t}. \quad (1.49)$$

Dosadením výrazu pre elektrické pole 1.48 a časovej derivácie výrazu pre výchylku 1.49 do vzťahu pre výkon, dostaneme okamžitý výkon pôsobiaci na harmonický oscilátor. Nakoľko frekvencie svetla sa pohybujú v rádoch 10^{14} Hz, je pre nás užitočná skôr stredná časová hodnota výkonu odovzdaného svetlom oscilátoru,

ktorá je podľa [3] rovná

$$\langle L \rangle = -\frac{i}{4}q\omega\tilde{E}_0^*\tilde{x}_0 + \frac{i}{4}q\omega\tilde{E}_0\tilde{x}_0^*. \quad (1.50)$$

Ak dosadíme za amplitúdu \tilde{x}_0 , respektíve komplexne združenú amplitúdu \tilde{x}_0^* vzťah 1.44 po úprave dostaneme

$$\langle L \rangle = \frac{q^2\omega^2|E_0|^2}{2m_e} \frac{\gamma}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}. \quad (1.51)$$

Pretože takto určená stredná časová hodnota výkonu je vždy nezáporná, znamená to, že takýto oscilátor svetlu vždy energiu uberá, teda svetlo po prechode materiálom nemôže získať na intenzite.

Ak sa v materiáli nachádzajú takéto oscilátory s koncentráciou N a svetelný zväzok má prierez S , tak pri prechode svetla vrstvou materiálu o hrúbke dz , sa svetlo stretne s dn oscilátormi, kde

$$dn = NSdz. \quad (1.52)$$

Každý z oscilátorov bude excitovaný výkonom $\langle L \rangle$. Keďže intenzita svetla je objemová hustota výkonu prenášaného elektromagnetickým polom, bude pre zmenu intenzity svetelného zväzku dI s prierezom S po prechode hrúbkou dz platiť

$$dI = -\langle L \rangle Ndz. \quad (1.53)$$

Dosadením za strednú časovú hodnotu výkonu zo vzťahu 1.51 a za intenzitu svetla zo vzťahu 1.19. Dostaneme diferenciálnu rovnicu pre intenzitu I

$$dI = -I \frac{q^2\omega^2}{nc\epsilon_0 m_e} \frac{\gamma}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2} Ndz, \quad (1.54)$$

skrátene

$$dI = -\alpha Idz, \quad (1.55)$$

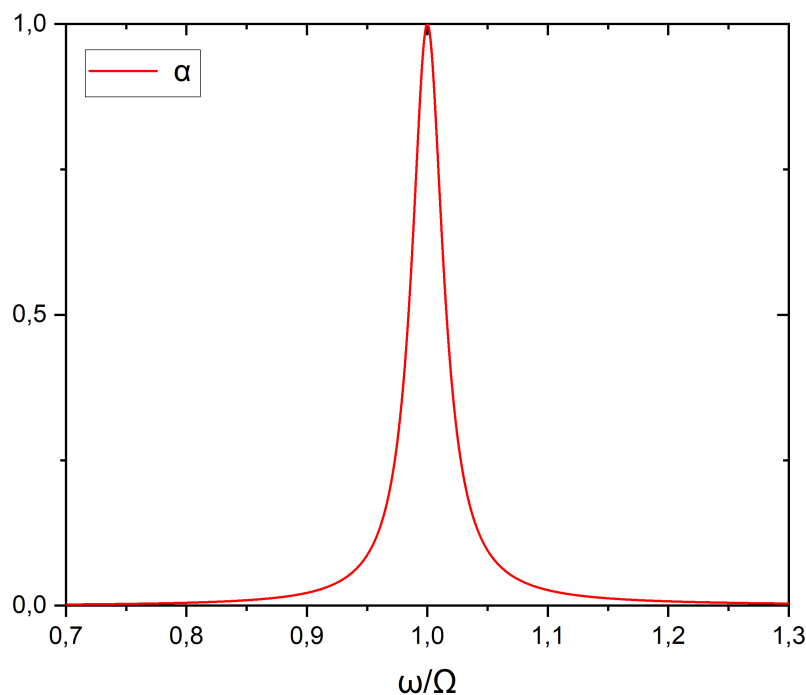
kde konštanta α je známy absorpčný koeficient

$$\alpha = \frac{q^2\omega^2}{nc\epsilon_0 m_e} \frac{\gamma N}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}. \quad (1.56)$$

Z tvaru absorpčného koeficientu vidíme, že svoje maximum nadobúda pre hodnotu $\omega = \Omega$, kedy dochádza k rezonancii medzi kmitmi harmonických oscilátorov a elektrického poľa. Z grafu 1.2, kde je zobrazený priebeh absorpčného koeficientu na ω/Ω vidíme, že pre hodnoty ω/Ω blízke 1 hodnota absorpčného koeficientu masívne narastá. Rovnako si dokážeme všimnúť aj to, že funkčná závislosť absorpčného koeficientu na frekvencii je takmer rovnaká ako pre imaginárnu časť kvadrátu indexu lomu. Konkrétne platí

$$\alpha = \frac{\omega}{cn} \text{Im}\{n^2\} = |\vec{k}| \text{Im}\{n^2\}. \quad (1.57)$$

Na záver je potrebné si uvedomiť vzťah medzi nami popisovanou látkou a skutočným materiálom. Mnohé skutočné materiály absorbujú v širokom spektrálnom



Obr. 1.2: Graf závislosti absorpčného koeficientu α na podiele ω/Ω . Pre hodnoty podielu ω/Ω v okolí 1 hodnota absorpčného koeficientu (podobne ako pre graf imaginárnej časti relatívnej permitivity) prudko narastá. V tejto oblasti dochádza k rezonancii medzi elektromagnetickým žiarením a oscilátormi. Dochádza k zvýšeniu prenosu energie medzi elektromagnetickou vlnou a látkou. Pre túto frekvenciu svetla materiál absorbuje najviac. Graf bol vykreslený len ilustračne pre parametre $(q^2 N)/(m_e \epsilon_0 n c) = 1$, $\gamma = 1$ a $\Omega^2 = 1000$.

rozsahu, čo je v rozpore s nami prezentovanou teóriou. Dôvod je ten, že my sme počítali s látkou tvorenou jedným typom oscilátora. Reálne látky sa skladajú z rôznych druhov atómov a aj väzby medzi atómami sa rôznia, čo znamená mnoho frekvencií kmitov oscilátora a mnoho im odpovedajúcich rezonančných frekvencií, pri ktorých dochádza k rezonancii. Celková odozva materiálu sa dá preto popísať súčtom viacerých oscilátorov s rôznymi vlastnými frekvenciami.

1.4 Landauove hladiny

V tejto časti teórie sa budeme venovať kvantovaniu energetických hladín elektrónov v materiáli v dôsledku prítomnosti magnetického poľa v dvojdimenzionálnom materiáli ³ (ďalej 2D materiál).

Predpokladajme, že máme systém neinteragujúcich častíc nabitých nábojom q , so spinmi v rovine $z = \text{konšt.}$ Na systém pôsobí homogénne magnetické pole v

³Jedná sa o materiál, ktorý má zidealizovane jedinú vrstvu atómov, avšak v praxi sa bavíme o materiáloch, ktoré majú hrúbku desiatky atómových vrstiev. Najznámejším zástupcom tejto skupiny materiálov je jedna atómová vrstva grafitu – grafén.

smere osi z

$$\vec{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}. \quad (1.58)$$

Kvantovo-mechanický Hamiltonián takéhoto systému je podľa [6]

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{q\hat{\mathbf{A}}}{c} \right)^2. \quad (1.59)$$

Keďže Hamiltonián závisí na vektorovom potenciáli $\hat{\mathbf{A}}$ definovanom ako

$$\hat{\mathbf{B}} = \nabla \times \hat{\mathbf{A}} \quad (1.60)$$

určíme jednu z možných reprezentácií operátora vektorového potenciálu $\hat{\mathbf{A}}$ prislúchajúcich magnetickému poľu $\vec{\mathbf{B}}$. Tá je

$$\vec{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bx \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.61)$$

Takáto voľba vektorového potenciálu s jedinou nenulovou zložkou je výhodnejšia, nakoľko Hamiltonián má potom jednoduchší tvar. Po dosadení vektorového potenciálu má Hamiltonián tvar

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\hat{p}_y - \frac{qB\hat{x}}{c} \right)^2. \quad (1.62)$$

Je vidieť, že keďže Hamiltonián nezávisí na \hat{y} , tak komutuje s \hat{p}_y . Operátor \hat{p}_y bude preto pôsobiť iba na samotnú vlnovú funkciu. Pôsobenie operátora \hat{p}_y na vlnovú funkciu je možné reprezentovať prenásobením vlnovej funkcie vlastným číslom \hat{p}_y . Keďže vlastné číslo λ_k operátora \hat{p}_y je $\hbar k_y$, dostaneme Hamiltonián

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\hbar k_y - \frac{qB\hat{x}}{c} \right)^2 = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{q^2 B^2}{2mc^2} \left(\hat{x} - \frac{\hbar k_y c}{qB} \right)^2, \quad (1.63)$$

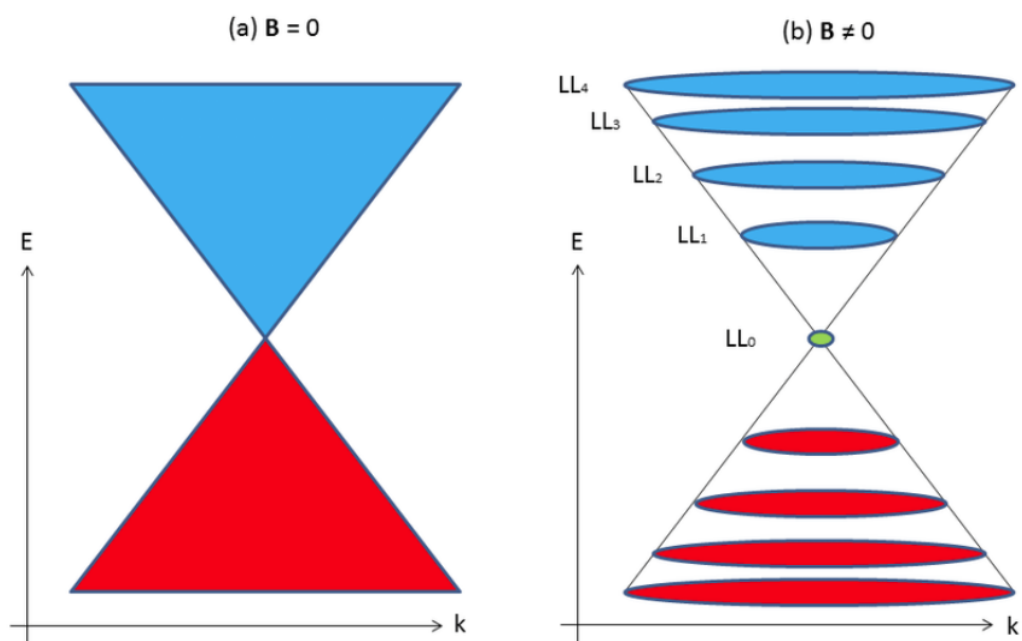
čo vieme zapísať jednoduchšie za pomoci cyklotrónovej frekvencie $\omega_c = qB/mc$ ako

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega_c^2 \left(\hat{x} - \frac{\hbar k_y}{\omega_c m} \right)^2. \quad (1.64)$$

Tým sa dostaneme na známy tvar Hamiltoniánu pre harmonický oscilátor s potenciálom posunutým v smere x o $x_0 = \hbar k_y / \omega_c m$. Posun minima funkcie potenciálu ale samozrejme nemá vplyv na vlastné funkcie Hamiltoniánu. Tie sú rovnako ako pri harmonickom oscilátore

$$E_n = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (1.65)$$

Vidíme, že elektróny v 2D materiáli v magnetickom poli môžu nadobúdať len diskkrétne hodnoty energií. Tieto diskkrétne hodnoty nazývame Landauove hladiny. Závislosť energie elektrónov na vlnovom vektore $\vec{\mathbf{k}}$ (v našom prípade len na jeho komponente k_y) je znázornená na obrázku 1.3.



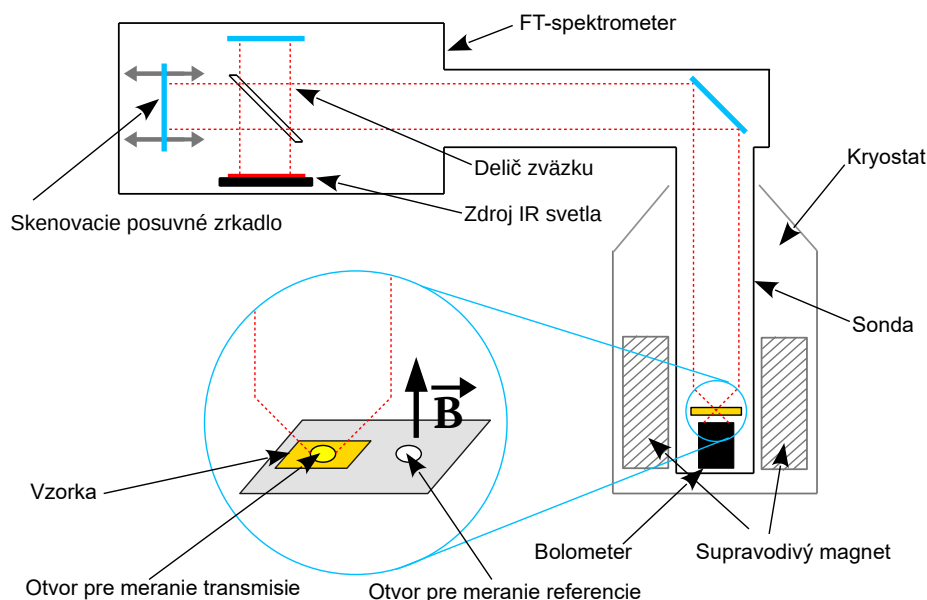
Obr. 1.3: (a) znázorňuje závislosť energie elektrónov na vlnovom vektore bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa. (b) znázorňuje situáciu pri nenulovom magnetickom poli. Energie vtedy nadobúdajú diskrétne hodnoty 1.65 (označených v obrázku LL) nazvaných Landauove hladiny. [7]

2. Experimentálne metódy

2.1 IR magnetotransmisia

2.1.1 FTIR

FTIR (Fourier Transform Infrared Spectroscopy) je moderná spektroskopická metóda, ktorá je v porovnaní so štandardnou spektroskopiou (kde je vzorka vystavovaná postupne jednotlivým zložkám spektra) omnoho rýchlejšia. Navyše sme pri zvolení vhodného experimentálneho usporiadania a kvalitných prístrojoch schopní dosiahnuť omnoho lepšie (vyššie) pomery signál-šum [8].



Obr. 2.1: Schéma experimentálneho usporiadania pre meranie transmisie pomocou FT spektrometra.

V tejto časti sa budeme venovať samotnému FT-spektrometru. Jadro spektrometra tvorí Michelsonov interferometer. Jedná sa o zariadenie, kde infračervené svetlo zo zdroja prechádza skrz delič zväzku, natočený pod uhlom 45° voči smeru šírenia svetla. Svetelný zväzok je potom rozdelený na dva rovnako intenzívne zväzky, z ktorých jeden sa odrazí k skenovaciemu posuvnému zrkadlu a druhý prejde cez delič zväzku až k pevnému zrkadlu. Keďže zrkadlá sú presne kolmé k smeru na nich dopadajúceho svetla, odrazia svetlo po tej istej dráhe späť. V prípade, že sú optické dráhy oboch zväzkov rovnaké, sa nič nestane. Každý zväzok sa znova rozdelí na deliči zväzku a časť svetla poputuje smerom k vzorke. Nakoľko je ale jedno zo zrkadiel interferometra posuvné, mení sa dráhový rozdiel zväzkov, a na deliči zväzkov dochádza k pozorovateľnej interferencii. Keďže výsledná intenzita svetla pri interferencii závisí od relatívneho dráhového

rozdielu (pomer dráhového rozdielu voči vlnovej dĺžke svetla), je spektrum tohto svetla rôzne od spektra nášho zdroja, pričom táto rôznosť závisí na dráhovom rozdieli svetelných lúčov.

Ako bolo povedané v úvode, táto metóda sa nezameriava na meranie celého spektra, naopak, premeriava závislosť celkovej intenzity svetla na dráhovom rozdieli. Z tejto závislosti dokážeme pomocou inverznej Fourierovej transformácie získať spektrum zdroja [9]. Ak meriame v usporiadaní bez vzorky (referenčné meranie) signál meraný detektorom – bolometrom¹ – je zaznamenávaný ako funkcia polohy skenovacieho zrkadla. Inverznou Fourierovou transformáciou tejto funkcie získame spektrum nášho zdroja.

2.1.2 Meranie spektrálnej závislosti transmisie na intenzite magnetického poľa

V predchádzajúcom odseku sme predstavili spektroskop, ktorého fungovanie je iné a namiesto rozkladania na spektrum meria veličinu duálnu k spektru a spektrum z nej potom dopočítava pomocou Fourierovej transformácie. Z praktického hľadiska sa ale môžeme na tento prístroj pozeráť ako na štandardný spektrometer, keďže vo výsledku to, čo dostaneme je štandardné spektrum.

Naším cieľom je merať závislosť spektrálne rozlíšenej transmisie na magnetickom poli. Meranie bude teda prebiehať spôsobom, že nastavíme magnet na isté magnetické pole a následne premeriame spektrum. Potom zvýšime pole a znova premeriame spektrum. Celkovo prebehnú dva druhy merania, v nízkom (0T-13T) a vo vysokom magnetickom poli (13-34T). Prvé z nich je schematicky znázornené na obrázku 2.1. Druhé je principiálne rovnaké, avšak dosiahnutie takto vysokých polí supravodivým magnetom nie je možné, nakoľko materiál prestane byť v takomto poli supravodivý bez ohľadu na tlak a teplotu. Z tohto dôvodu sa pre dosiahnutie vysokých magnetických polí používajú rezistívne magnety, ktorých cievky sú vyrobené z medi². Pri prechode elektrického prúdu medou vzniká Jouleovo teplo. Preto musia byť tieto magnety chladené vodou, pretekajúcou cez magnet hustou sieťou tenkých kanálikov. Náš magnet bol chladený prietokom 150 l/s a udržiavaný na izbovej teplote. V magnetu bola vložená sonda (viď obrázok 2.1) tak, že sa magnetu nedotýkala. Tým bolo zabránené prenosu vibrácií a tepla z magnetu na vzorku, pretože bola rovnako ako pri meraní v nízkom poli chladená na teplotu kvapalného hélia.

Podstavec na vzorku, ktorý mal v sebe dve diery bol pripevnený k otočnému mechanizmu vyvedenému von zo sondy. To umožňovalo meniť konfiguráciu experimentu, aby sme vedeli meniť meranie referencie a transmisie bez otvárania sondy. To výrazne skrátilo čas trvania experimentu, keďže sonda bola evakuovaná a pri každom otvorení by sme museli sondu viackrát evakuovať a zvnútra prepláchnuť inertným plynom (héliom) a následne postupne schladiť na teplotu kvapalného hélia.

Meranie v nízkom poli prebiehalo tak, že sme postupne zvyšovali hodnotu magnetického poľa s krokom 0,2T a pre každú hodnotu sme namerali celé spektrum. Vyčítavanie dát pre jednu hodnotu poľa trvalo 2 minúty. Po premeraní

¹Bolometer je zariadenie, ktoré meria intenzitu EM žiarenia na veľmi širokom spektrálnom rozsahu, najmä v infračervenej oblasti – tepelné žiarenie.

²Meď má z cenovo dostupných kovov najlepšiu elektrickú a tepelnú vodivosť.

celého rozsahu magnetického poľa sme prepli podstavec do polohy merania referencie a za použitia rovnakého kroku sme postupne znižovali intenzitu magnetického poľa a pre každú hodnotu intenzity sme namerali referenčné spektrum. Vyčítavanie dát pre referenčné spektrum trvalo 1 minútu. Dôvod prečo sme merali referenčné spektrum pre každú hodnotu poľa je ten, že v magnetickom poli sa nenachádzala iba vzorka, ale rovnako aj bolometer a takto nameranou referenciou sme eliminovali vplyv spektrálnej závislosti bolometra na magnetickom poli. Celkovú závislosť transmisie sme určili ako podiel meraní so vzorkou a referencie (bez vzorky). Nakoľko nás zaujíma ako sa vyvíja transmisné spektrum s magnetickým poľom, nie je pre nás dôležitá absolútna hodnota priepustnosti, ale jej zmena voči stavu, keď je intenzita vonkajšieho poľa nulová. Preto sme dáta podelili hodnotou relatívnej transmisie pri nulovom magnetickom poli (teda podielom spektra získaného so vzorkou a bez vzorky pri nulovom magnetickom poli). To znamená, že ak by sa schopnosť materiálu absorbovať nemenila v závislosti na magnetickom poli, bol by graf závislosti takto vypočítanej relatívnej transmisie na magnetickom poli identicky rovný 1 pre celý spektrálny rozsah.

Ako vieme z teórie o Landauových hladinách, energie elektrónov sú v magnetickom poli kvantované a nadobúdajú diskkrétne hodnoty. Pre vysoké hodnoty magnetického poľa a nízke teploty by sme mali byť schopní pozorovať pokles relatívnej absorpcie pre časti spektra v blízkosti hodnôt odpovedajúcich energetickým rozdielom jednotlivých dvojíc Landauových hladín.

2.2 Elipsometria

Elipsometria je optická metóda využívajúca odraz alebo prechod polarizovaného svetla látkou na skúmanie rôznych parametrov vzorky. V praxi sa používa najmä na určenie optických konštánt, hrúbky vrstiev alebo zistenie drsnosti povrchu či zloženia vzorky. Princíp elipsometrie je v tom, že pod známym uhlom dopadá na vzorku svetlo známej polarizácie. Od vzorky sa svetlo odráža a následne sa zisťuje stav jeho polarizácie. Ak predpokladáme, že je vzorka izotropná, Jonesova matica reprezentujúca zmenu polarizačného stavu svetla po odraze od vzorky bude mať diagonálny tvar. Potom bude podľa vzťahu 1.39 komplexný parameter polarizácie odrazeného svetla

$$\eta_{out} = \frac{d}{a} \eta_{in}. \quad (2.1)$$

Jonesova matica pre odraz od rovinného materiálu má pre súradnicové osi natočené v smeroch s a p polarizácie tvar [10]

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_s & 0 \\ 0 & r_p \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

kde r_s je komplexný amplitúdový koeficient odrazu pre s polarizáciu a r_p je komplexný amplitúdový koeficient odrazu pre p polarizáciu. Pre komplexný parameter polarizácie po odraze platí vzťah

$$\eta_{out} = \frac{r_p}{r_s} \eta_{in}. \quad (2.3)$$

Výstupom elipsometrického merania sú potom dva uhly Ψ a Δ definované

$$\frac{r_p}{r_s} = \tan(\Psi) e^{i\Delta}, \quad (2.4)$$

pričom význam Ψ je pomer amplitúd pred a po odraze a Δ odpovedá zmene fázy po odraze.

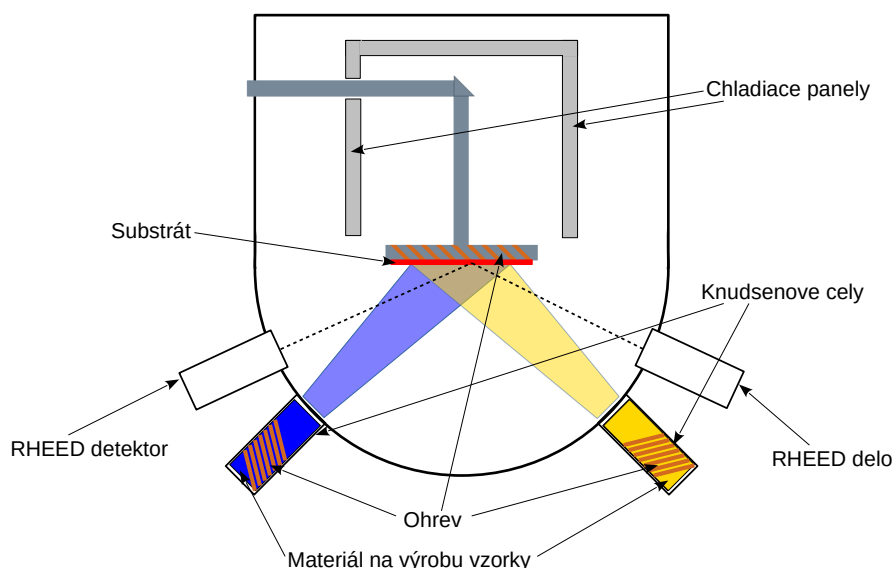
Moderná elipsometria je veľmi obľúbenou metódou, pretože samotné meranie trvá veľmi krátky čas a závislosť elipsometrických uhlov dostaneme pre široký spektrálny rozsah.

V našom prípade sme merania robili na elipsometri *Woolam RC2* a spracovávali v programe *CompleteEASE* [11]. Merania prebiehali v spektrálnom rozsahu 193nm – 1690nm.

3. Příprava a popis vzorky

Nami meraná vzorka bola 300 nm tenká vrstva Bi_2Se_3 na 1mm tenkom substráte BaF_2 vyrobená metódou epitaxie z molekulárnych zväzkov (Molecular Beam Epitaxy, skrátene MBE). Jedná sa o veľmi rozšírenú metódu pre vytváranie tenkých vrstiev s vysokou kvalitou pre vedu a priemysel.

Vysoká kvalita výslednej vzorky je daná tým, že rýchlosť rastu vzorky je pomalá (typicky menej ako 3000 nm/hod). Prístroj (viď 3.1) v samostatných komorách – Knudsenových celách – zahrieva materiály tak, aby pomaly sublimovali. Unikajúce atómy dopadajú na substrát, kde vytvárajú rovnomernú a tenkú vrstvu. Hrúbka a zloženie vrstvy sú merané pomocou vysokoenergetickej elektrónovej odrazovej difrakcie. Na základe týchto hodnôt sú v reálnom čase regulované clonami toky sublimovaných častíc, pre dosiahnutie čo najdokonalejšej vzorky.



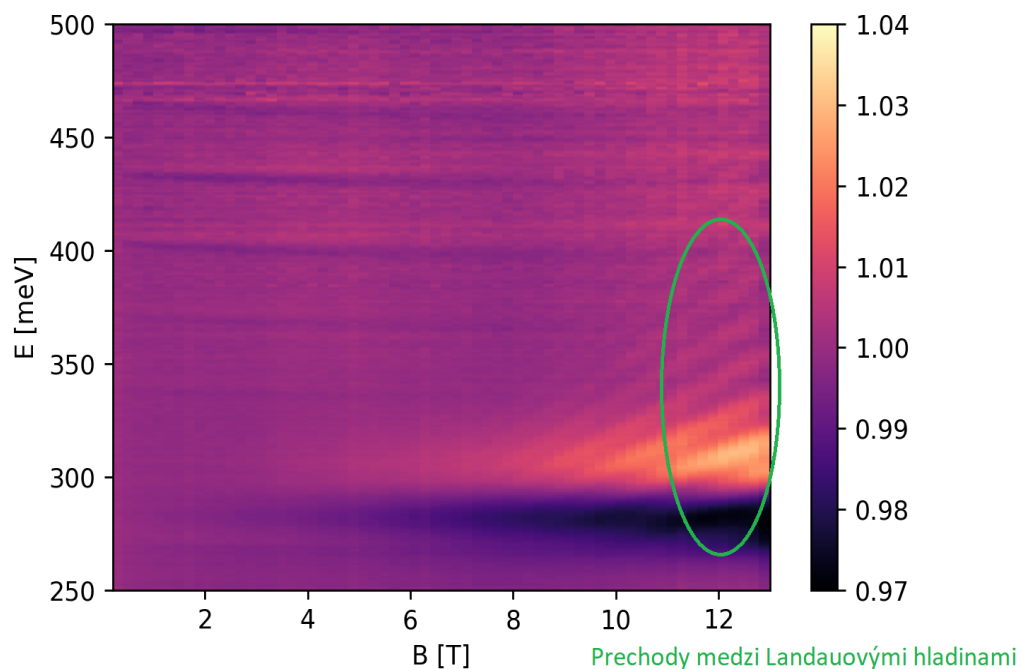
Obr. 3.1: Schéma prístroja na vytváranie ultratenkých čistých vrstiev (MBE). V komore prístroja je udržiavaný nízky tlak, ktorý zabezpečuje, že sublimované časti kovov majú strednú dráhu letu vyššiu ako je ich vzdialenosť od substrátu, čím sa vytvorí *zväzok* častíc dopadajúcich na substrát. Rovnomernosť rastu vzorky je v reálnom čase kontrolovaná pomocou vysokoenergetickej elektrónovej odrazovej difrakcie (RHEED) a následne v reálnom čase aj regulovaná.

Nami meraná vzorka bola vypestovaná v prístroji Riber 1000. Pre dosiahnutie vysokej čistoty bolo použité ultra vysoké vákuum menšie ako 5×10^{-10} mbar [12]. Bi_2Se_3 bol zohrievaný na 400 – 500 °C a substrát bol zohrievaný na 300 – 400 °C. Pri týchto podmienkach bol dosiahnutý tok častíc asi 1 Å/s [12]. Naša vzorka bola rozdelená na tri fragmenty. Pri meraniach infračervenej magnetotransmisie v nízkom poli sme vybrali fragment s najnižším pomerom signál-šum. Ten sme následne preskúmali vo vysokom poli a elipsometricky.

4. Experimentálne výsledky – Infračervená magnetotransmisia

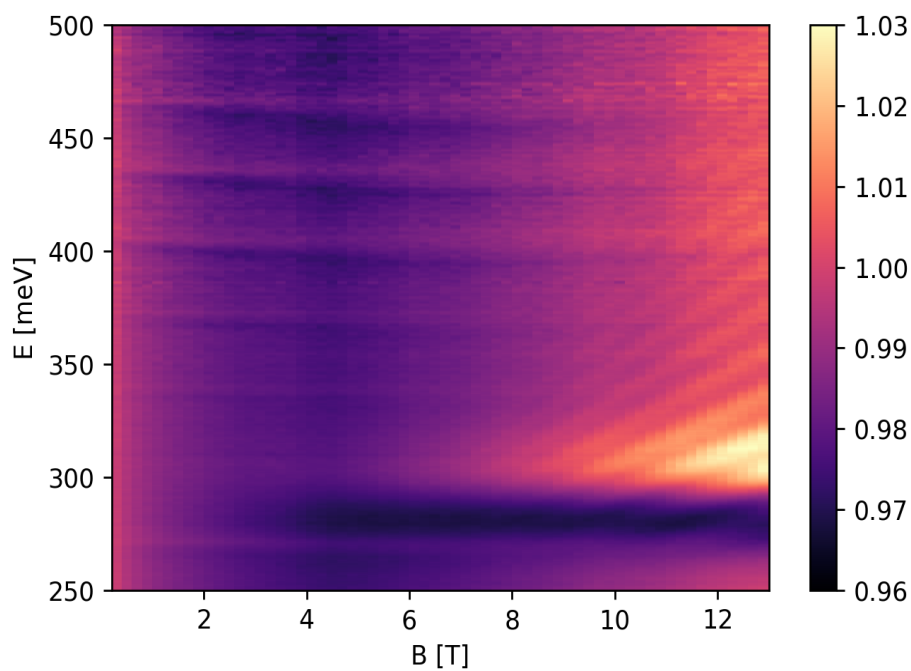
4.1 Merania v nízkom magnetickom poli

Prvé meranie prebiehalo v nízkom magnetickom poli, pomocou metódy FTIR (viď kapitola 2.1.1). Celkovo meranie prebehlo na troch úlomkoch jednej vzorky. Spektrálnu závislosť na magnetickom poli sme znázornili do grafov ako colormapu, nakoľko sme potrebovali zviditeľniť závislosť absorpcie na dvoch premenných – energii a intenzite magnetického poľa. Najnižší pomer signál-šum dosahovala v poradí tretia meraná vzorka (viď grafy 4.1 – 4.3). Rovnako sme skúšali robiť priemery z meraní rôznych kombinácií vzoriek, opäť malo vizuálne najnižší pomer signál-šum meranie 3 4.3.

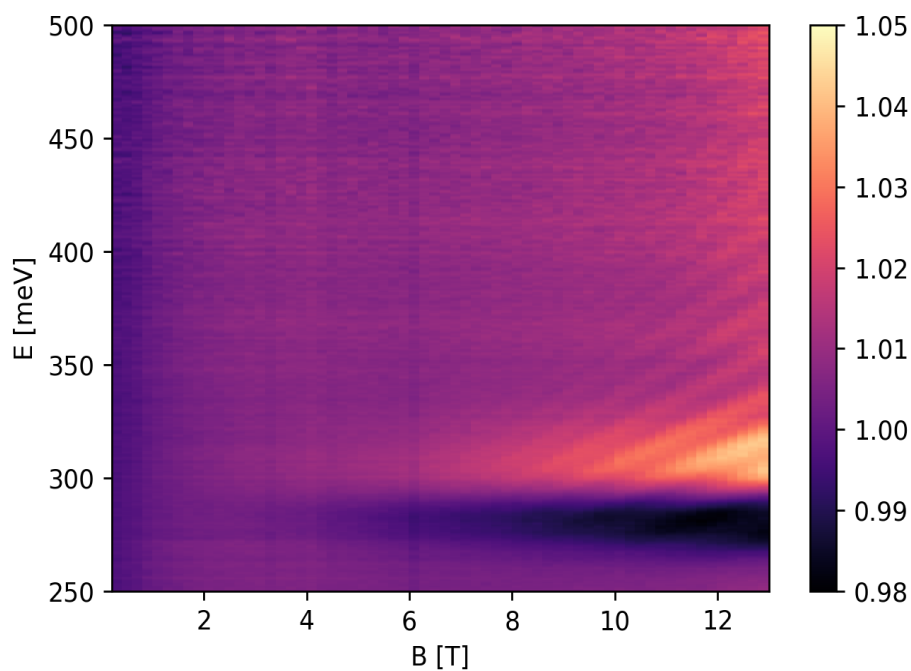


Obr. 4.1: Colormap IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 1 Bi_2Se_3 . Zelenou elipsou sú zvýraznené absorpčné minimá spôsobené absorpciou na prechodoch medzi Landauovými hladinami.

Pre všetky vzorky boli pri poliach nad 8 T viditeľné striedajúce sa šikmé tmavé a svetlé pruhy. Tmavé pruhy odpovedajú zvýšenej absorpcii pre danú energiu žiarenia v dôsledku pohltienia žiarenia elektrónmi pri prechode medzi jednotlivými Landauovými hladinami. Nakoľko pre najvyššie hodnoty polí dokážeme vizuálne pozorovať okolo 10 rôznych pruhov – odpovedajúce desiatim rôznym prechodom medzi Landauovými hladinami, usúdili sme, že vzorka číslo 3 je vhodná na hlbšie preskúmanie vo vysokom magnetickom poli.



Obr. 4.2: Colormap IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 2 Bi_2Se_3 .



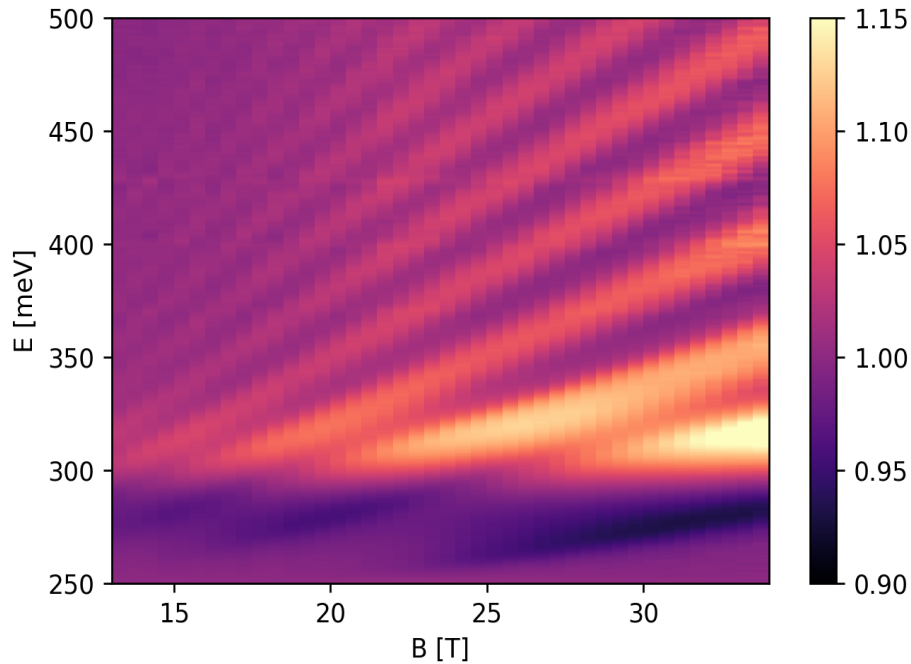
Obr. 4.3: Colormap IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 3 Bi_2Se_3 .

4.2 Merania vo vysokom magnetickom poli

Na vzorke číslo 3 prebehlo meranie vo vysokom magnetickom poli (viď kapitola 2.1.2) dáta boli vyhodnotené štandardným spôsobom (viď kapitola 2.1.1).

Aby sme zlepšili pomer signál-šum, rozhodli sme sa dáta normovať na 1 v oblasti, v ktorej by mali podľa teórie byť rovné 1. Pretože Fermiho hladina tohto materiálu by mala mať hodnotu približne 20 – 25 meV [13]. Nemohli sme pre energie menšie ako ~ 270 meV pozorovať žiadnu absorpciu. V dôsledku toho sme si dali požiadavku, že chceme aby bola hodnota relatívnej transmisie v tejto oblasti rovná 1. Normovali sme preto meranie pre každé magnetické pole tak, aby sme splnili túto podmienku. Ako referenčnú hodnotu, ktorou sme delili celé spektrum sme vzali aritmetický priemer hodnôt transmisie pre rozsah energií 250 meV – 255 meV (čo bolo celkovo 40 hodnôt).

Takto získané hodnoty relatívnej transmisie sme vyniesli do colormapy. Ná-

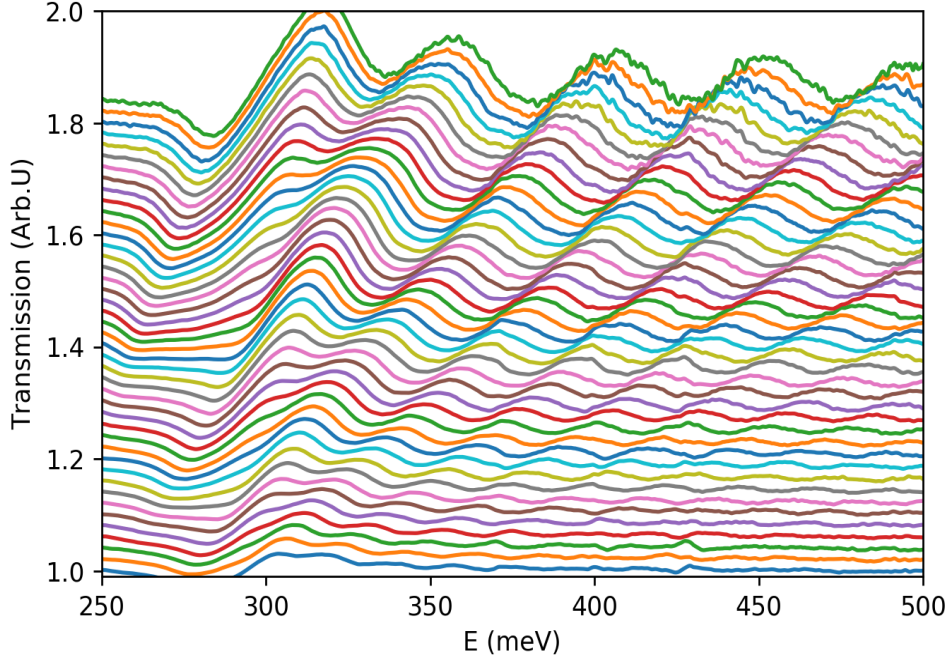


Obr. 4.4: Colormapa IR magnetotransmisného merania vzorky 3 Bi₂Se₃ vo vysokom magnetickom poli (13 – 34T).

sledne sme potrebovali identifikovať energie prislúchajúce jednotlivým prechodom. Pre tento účel sme každé spektrum vyniesli do grafu osobitne. Aby sa spektrá navzájom neprekrývali, nastavili sme každému spektru konštantný posun voči predchádzajúcemu spektru v y-ovej osi.

Z grafu 4.5 je vidieť, že spektrálny priebeh má, najmä pre najvyššie hodnoty polí a vyššie energie napriek korekciám, stále značnú úroveň šumu. Hľadanie miním takéhoto grafu numericky by bolo veľmi obtiažne, nakoľko skutočné minimum sa môže nachádzať na inom mieste ako je lokálna minimálna hodnota v dôsledku výrazného šumu. Hodnoty energií miním sme preto jednu po druhej odčítali v programe *Origin*. Pretože sa jedná o prechody medzi jednotlivými Landauovými hladinami, absorbované energie svetla by mali zodpovedať rozdielom energií Landauových hladín.

Takýto systém sa dá podľa [13] popísať Hamiltoniánom H_0 , ktorý bude mať za určitých predpokladov (zanedbanie členov rádu k^3 a uvedomenia si, že magneto-



Obr. 4.5: Transmisné spektrá pre vzorku 3 vykreslené postupne s konštantným posunom zoradené od najnižšieho magnetického poľa (13T) po najvyššie (34T) zdola nahor.

optická odozva bude dominantne spôsobená stavmi, kde $k_z = 0$ [13]) blokovo diagonálny tvar

$$H_0 = \begin{pmatrix} h_0 & 0 \\ 0 & h_0^* \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

kde h_0 a h_0^* sú matice 2×2 k sebe navzájom duálne. Vlastné čísla Hamiltoniánu H_0 budú potom vlastnými číslami 2D Hamiltoniánov h_0 a h_0^* . Vďaka analógii medzi Landauovými hladinami a lineárnym harmonickým oscilátorom, dokážeme nájsť analógiu kreačných a anihilačných operátorov pre tento systém a s pomocou neho odvodiť vzťah pre vlastné stavy Hamiltoniánov h_0 a h_0^* – energie samotných Landauových hladín.

Vlastné energie $E_{n,\alpha}$ a $E_{n,\alpha}^*$ Hamiltoniánov h_0 a h_0^* sú dané vzťahmi

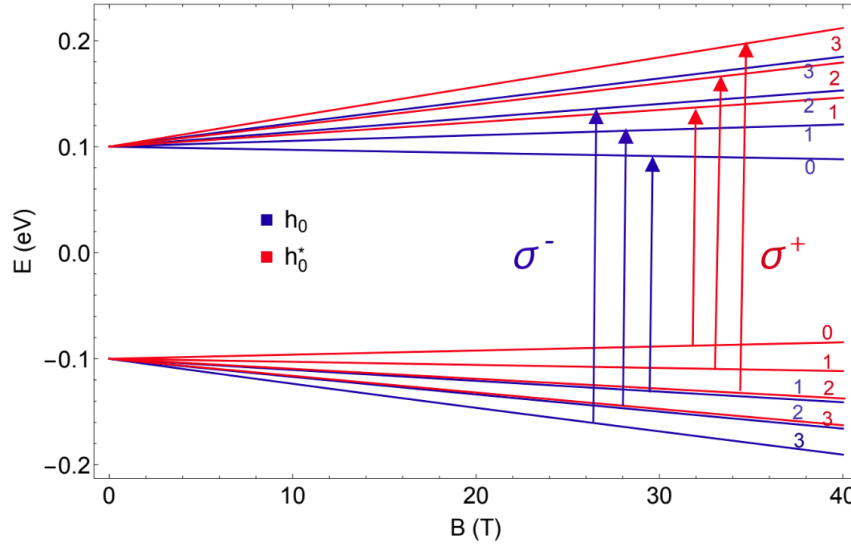
$$E_{n,\alpha} = 2\frac{C}{l_B^2}n + \frac{M}{l_B^2} + s_\alpha \sqrt{\left(\frac{C}{l_B^2} + \Delta + 2\frac{M}{l_B^2}n\right)^2 + 2\frac{A_0^2}{l_B^2}n} \quad (4.2)$$

$$E_{n,\alpha}^* = 2\frac{C}{l_B^2}n - \frac{M}{l_B^2} + s_\alpha \sqrt{\left(\frac{C}{l_B^2} - \Delta - 2\frac{M}{l_B^2}n\right)^2 + 2\frac{A_0^2}{l_B^2}n}, \quad (4.3)$$

kde C je konštanta popisujúca elektrón-dierovú symetriu pásov, A_0 popisuje interakciu pásov, M je pásová inverzia a 2Δ je šírka zakázaného pásu.

V grafe sme spoľahlivo rozoznali pre viacero magnetických polí 6 miním. V programe *Origin* sme na funkciu odpovedajúcu rozdielom energií fitovali závislosť energie prechodov medzi Landauovými hladinami na magnetickom poli. Na základe výberových pravidiel pri Landauových hladinách [13] vieme, že sú povolené

len prechody medzi Landauovými hladinami, ktorých kvantové číslo sa líši o 1. Energie prechodov medzi Landauovými hladinami Hamiltoniánu h_0 sú rovnaké ako pre Hamiltonián h_0^* . Konkrétne prechodu z hladiny n na hladinu $n + 1$ pre Hamiltonián h_0 odpovedá prechod z hladiny $n + 1$ na hladinu n pre Hamiltonián h_0^* (viď graf 4.6.)



Obr. 4.6: [13] Spektrum Landauových hladín podľa modelu 4.2 a 4.3, modré hladiny pochádzajú z Hamiltoniánu h_0 a červené z Hamiltoniánu h_0^* . Šípky označujú dominantné prechody medzi hladinami.

Môžeme si všimnúť, že dvojice modrých a červených hladín spolu takmer splývajú. To do akej miery skutočne splývajú je dané hodnotou parametra C . Pre nízke hodnoty je splývanie úplné. Nakoľko sme v našich dátach neboli schopní rozoznať dvojice energeticky blízky prechodov, predpokladali sme, že tento parameter je nízky, a pri použití správnych hodnôt kvantového čísla n nám dá fitovanie na prechody medzi 4.2 rovnaké výsledky ako fitovanie na prechody medzi 4.3.

Fitovanie preto prebehlo na funkciu (ďalej označovanú aj ako *full model*)

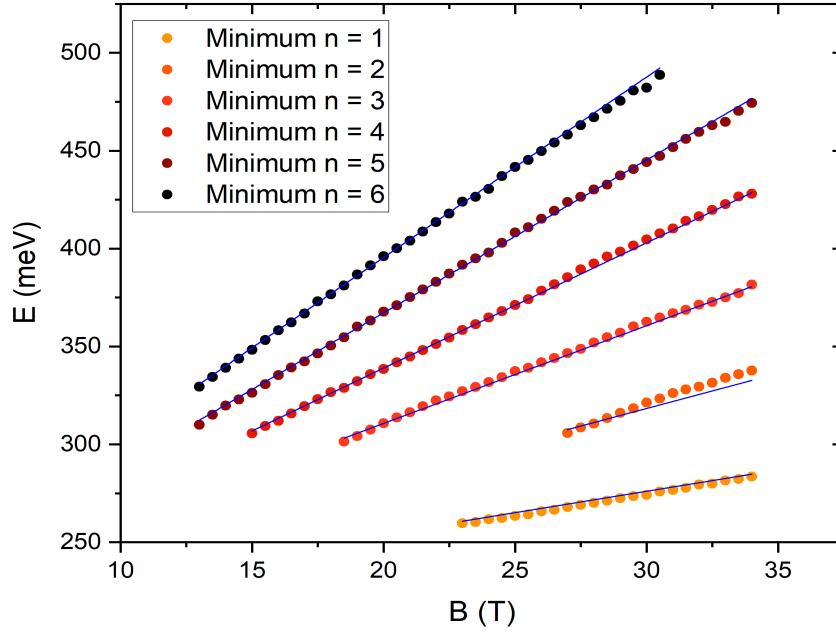
$$\Delta_E = 2\frac{C}{l_B^2} + \sqrt{\left(\frac{C}{l_B^2} + \Delta + 2\frac{M}{l_B^2}(n+1)\right)^2 + 2\frac{A_0^2}{l_B^2}(n+1)} + \sqrt{\left(\frac{C}{l_B^2} + \Delta + 2\frac{M}{l_B^2}n\right)^2 + 2\frac{A_0^2}{l_B^2}n}. \quad (4.4)$$

Hodnoty parametrov fitu sú uvedené v tabuľke 4.1. Z grafu energií prechodov medzi Landauovými hladinami 4.7 vidíme, že sa namerané hodnoty veľmi dobre zhodujú z teoretickou závislosťou 4.4.

Chyby fitovacích parametrov boli určené nie výpočtom, ale boli odhadnuté. Odhadnutie spočívalo v tom, že sme si zafixovali vždy tri zo štyroch parametrov na hodnotách určených fitom a hodnotu štvrtého parametra sme menili. Za hornú a dolnú hranicu parametra sme brali hodnoty, pri ktorých fitované krivky stále

Tabuľka 4.1: Tabuľka fitovacích parametrov pre *full model*.

Parameter	Stredná hodnota	Chyba	Relatívna chyba
$M(eV \cdot \text{\AA}^2)$	-23.3	1.8	8%
$\Delta(meV)$	105	6	5.3%
$A_0(eV \cdot \text{\AA})$	3.13	0.04	1.4%
$C(eV \cdot \text{\AA}^2)$	1.4	3.4	240%



Obr. 4.7: Experimentálne dáta energií prechodov medzi Landauovými hladinami preložené teoretickou závislosťou 4.4. Fitovanie prebehlo pre všetky prechody súčasne. Hodnoty parametrov fitu sa nachádzajú v tabuľke 4.1.

dostatočne dobre kopírovali experimentálne dáta. Chyby uvádzané v tabuľke 4.1 sa preto dajú chápať ako maximálna chyba fitu.

Z hodnoty parametra C , rovnako ako z jeho maximálnej chyby vidíme, že naše dáta na tomto parametri nezávisia. Z grafu 4.7 ďalej vidíme, že fity sú takmer priamky. Z [13] vieme, že ak je parameter $C = 0$ a medzi parametrami Δ , A_0 a M platí vzťah $A_0^2 = -4M\Delta$, majú elektrónové pásy materiálu v okolí zakázaného pásu parabolickú disperziu. Pre tento prípad sa rovnice 4.2 a 4.3 zjednodušia na tvar

$$\begin{aligned}
 E_{n,\alpha} &= s_\alpha \left(\Delta - 2 \frac{M}{l_B^2} n \right) + \frac{M}{l_B^2} \\
 E_{n,\alpha}^* &= s_\alpha \left(\Delta - 2 \frac{M}{l_B^2} n \right) - \frac{M}{l_B^2}.
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Fitovaním na funkciu odpovedajúcu energetickému rozdielu dvoch Landau-

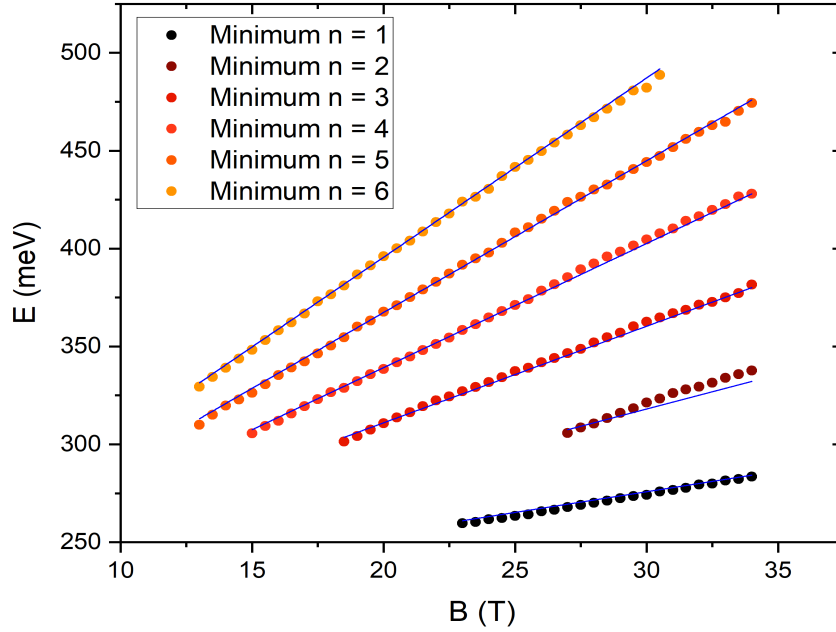
Tabuľka 4.2: Tabuľka fitovacích parametrov pre *lineárny model*.

Parameter	Stredná hodnota	Chyba	Relatívna chyba
$M(eV \cdot \text{\AA}^2)$	-23.2	0.6	2.4%
$\Delta(meV)$	106.2	2.3	2.1%

ových hladín, ako vlastných energií Hamiltoniánu h_0

$$\Delta_E = 2\Delta - \frac{2M}{l_B^2}(2n + 1), \quad (4.6)$$

sme dostali mierne odlišné hodnoty parametrov Δ a M . Zároveň sa maximálna chyba fitovacích parametrov výrazne znížila (viď tabuľka 4.2). V grafe 4.8 takisto vidíme, že lineárny fit dobre kopíruje experimentálne dáta. Rovnako sa dá porovnaním grafov 4.8 a 4.7 vidieť, že rozdiely medzi oboma fitmi sú minimálne.

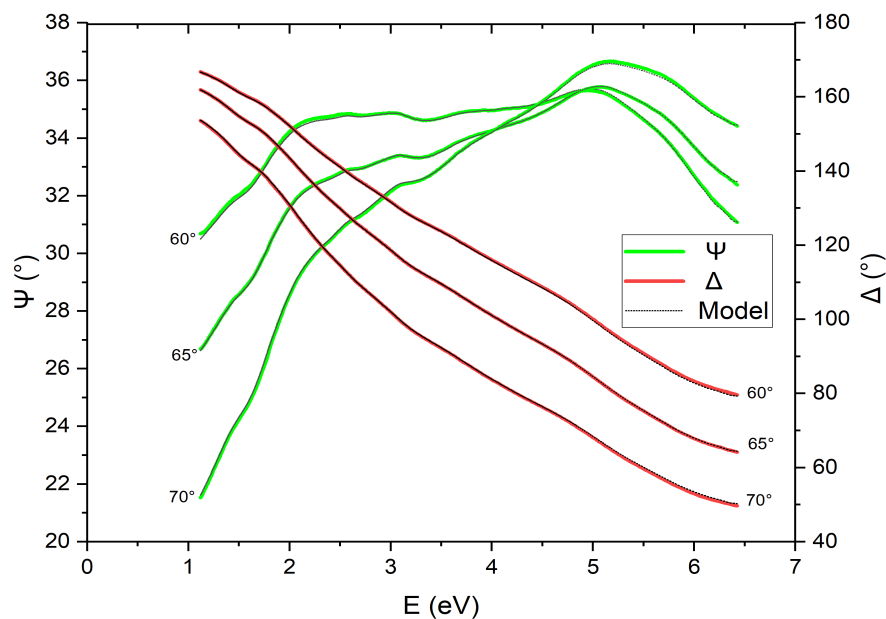


Obr. 4.8: Experimentálne dáta energií prechodov medzi Landauovými hladinami preložené lineárnou teoretickou závislosťou 4.6. Fitovanie prebehlo pre všetky prechody súčasne. Hodnoty parametrov fitu sa nachádzajú v tabuľke 4.2.

5. Experimentálne výsledky – spektroskopická elipsometria

Elipsometrické merania prebiehali na prístroji *Woolam RC2*. A boli analyzované pomocou programu *CompleteEASE*, ktorý je štandardne dodávaný k elipsometru [11]. Program dokáže fitovať závislosť uhlov Ψ a Δ na energii svetla pre rôzne uhly dopadu. Program k tomu využíva teoretický model, do ktorého dokáže zahrnúť materiál vzorky, v prípade čiastočne priehľadných vzoriek jej hrúbku a materiál substrátu vzorky, drsnosť povrchu, nepresnosť uhla dopadu a podobne.

Na elipsometri sme premerali všetky tri fragmenty vzorky. Namerané výsledky boli ale na pohľad totožné, preto sa v práci budeme venovať len výsledkom zo vzorky ktorá bola meraná vo vysokom magnetickom poli. Odmerali sme spektrálnu závislosť elipsometrických uhlov a preložili ju modelom (viď graf 5.1).



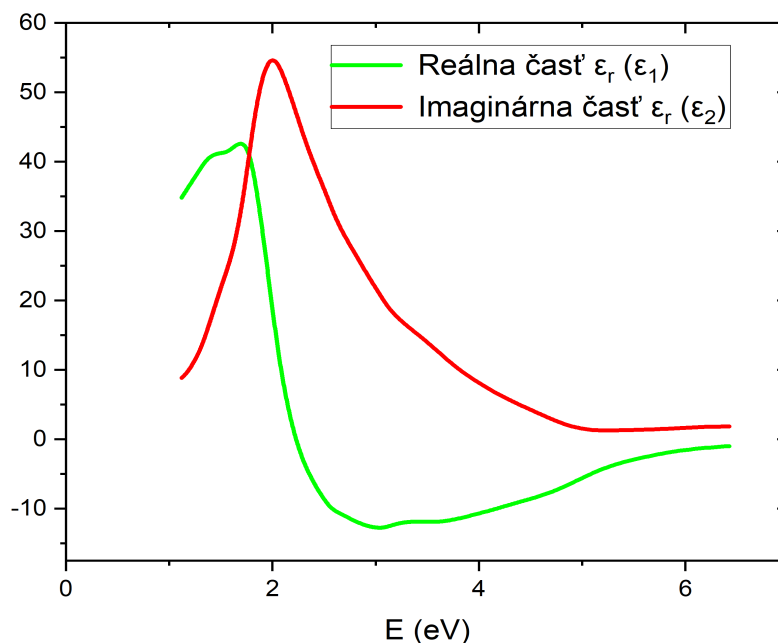
Obr. 5.1: Spektrálna závislosť elipsometrických uhlov pre vzorku 3 Bi_2Se_3 preložená modelom.

Model ráta s povrchovou drsnosťou vzorky, ktorá sa pre dané energie svetla javí ako *polonekonečná*. To znamená, že žiadna časť svetla neprenikne vzorkou a neinteraguje so substrátom. Z tohoto dôvodu nám nezáleží na materiáli substrátu. Povolili sme ďalej nepresnosť v určení uhlu a vyžadovali sme splnenie Kramers-Kronigových relácií¹. Z grafu 5.1 vidieť, že model veľmi dobre popisuje

¹Jedná sa o matematické vzťahy, ktoré dávajú jednoznačný vzťah medzi reálnou a imaginárnou časťou holomorfnej komplexnej funkcie. Nakoľko model ráta s reálnou a imaginárnou časťou indexu lomu ako z dvojicou nezávislých funkcií, podmienka platnosti týchto vzťahov medzi reálnou a imaginárnou časťou indexu lomu je kľúčová, aby model vychádzal z fyzikálnych základov.

namerané dáta.

Program vypočítal povrchovú drsnosť vzorky 15.06 nm a nepresnosť v určení uhla odrazu² 0.692°, čo je menej ako je maximálna možná chyba uvádzaná výrobcom, ktorá je 1°. Program *CompleteEASE* určil aj spektrálnu závislosť reálnej a imaginárnej časti indexu lomu (viď graf 5.2).



Obr. 5.2: Spektrálna závislosť oboch zložiek komplexného indexu lomu pre vzorku číslo 3 Bi₂Se₃. Reálna časť odpovedá klasickému indexu lomu, imaginárna časť odpovedá absorpcii 1.57. Obe zložky sú počítačovo domodelované za využitia Fresnelových vzťahov [3]. V grafe je vidieť podobnosť z teoretickými grafmi z podkapitoly 1.3 o klasickom modeli absorpcie predpovedajúcim priebeh reálnej a imaginárnej časti relatívnej permitivity 1.1.

²Táto nepresnosť je daná neschopnosťou prístroja nastaviť sa na konkrétnu pozíciu presne, ako aj tým, že vzorka nemá všade rovnakú hrúbku a nemá tvar kvádra ale klinu.

6. Diskusia výsledkov

6.1 IR magnetotransmisia

V tejto práci sme predpokladali, že relatívna transmisia je modulovaná absorpciou na Landauových hladinách. Ako sa dá ale vidieť z grafu 4.5 v oblasti medzi 270 meV až 330 meV má relatívna transmisia iný priebeh. Okrem Landauových hladín vidíme v grafe aj pokles a následný nárast relatívnej transmisie, ktorý je dominantnejší ako samotná absorpcia na Landauových hladinách. To bol aj dôvod prečo bol v tejto oblasti problém odčítať hodnoty absorpčných miním – fit kopíruje najhoršie práve energie druhého prechodu (4.7 Minimum $n = 2$), ktorý sa nachádza v strede tejto oblasti. Táto zmena relatívnej transmisie je spôsobená deformáciou pásovej štruktúry v magnetickom poli, ktorá je závislá na polarizácii svetla [14].

Výsledky samotného merania sme porovnali z výsledkami z [13], kde bolo meranie prevedené na veľmi podobnej vzorke, ktorá bola vytvorená iným spôsobom, čo malo za následok inú koncentráciu a mobilitu nosičov náboja. Jednou z motivácií práce bolo aj porovnanie vlastností vzorky z vlastnosťami vzorky z [13].

Nakoľko chyba fitu na linearizovaný model 4.6 bola dokonca menšia ako pri fitovaní na "full model", znamená to, že v rámci presnosti experimentu môžeme popisovať energie Landauových hladín pomocou lineárneho modelu 4.5, čo znamená, že elektrónové pásy majú parabolickú disperziu [13]. K rovnakému výsledku dospeli aj v [13]. Pre porovnanie či tieto dve vzorky boli rovnaké, porovnáme fitované parametre vzoriek M a Δ v tabuľke 6.1.

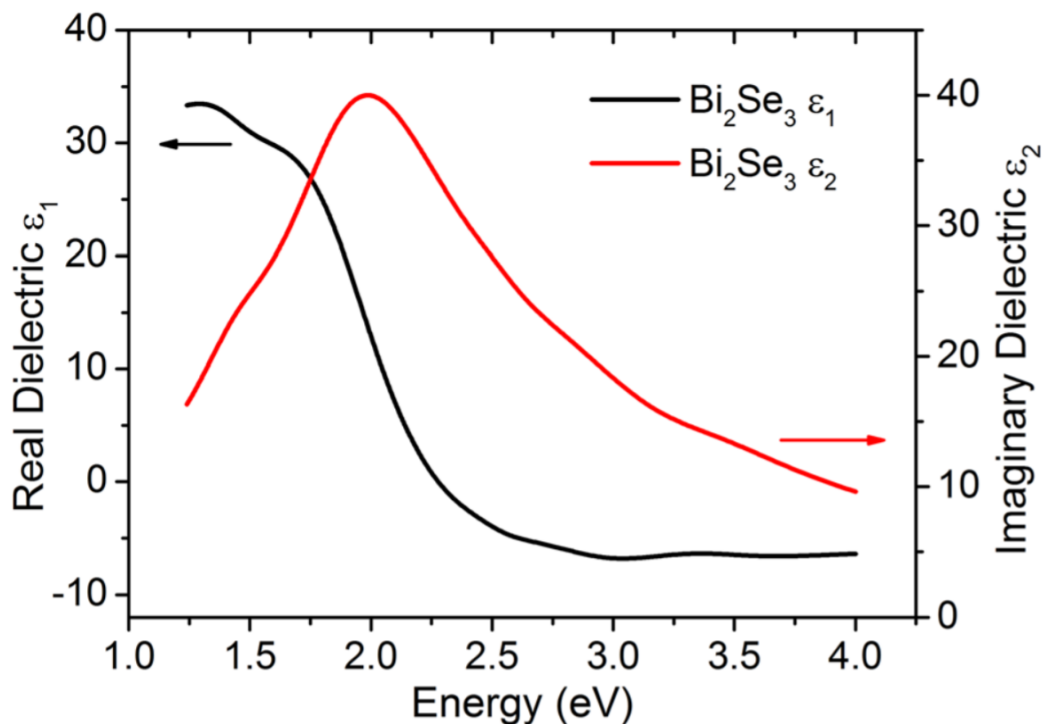
Tabuľka 6.1: Tabuľka pre porovnanie parametrov lineárneho modelu. Riadky 2 a 3 odpovedajú parametrom určeným z nášho merania 4.2, riadky 4 a 5 odpovedajú parametrom z [13].

Parameter	Stredná hodnota	Chyba	Relatívna chyba
$M_{mer}(eV \cdot \text{\AA}^2)$	-23.2	0.6	2.4%
$\Delta_{mer}(meV)$	106.2	2.3	2.1%
$M_{ref}(eV \cdot \text{\AA}^2)$	-22.5	1.0	4.4%
$\Delta_{ref}(meV)$	100	2	2%

Z tabuľky 6.1 je vidieť že parameter M sa v rámci chyby zhoduje pre obe vzorky. Parameter Δ sa naopak v rámci chyby nezhoduje, čo znamená, že v nami meranej vzorke bol zakázaný pás o (12.4 ± 6.6) meV širší. To implikuje vyššiu koncentráciu nosičov náboja v porovnaní zo vzorkou z [13].

6.2 Elipsometria

Nami namerané elipsometrické dáta sme porovnali s dátami z [15], kde bola meraná elipsometria takisto na vzorke Bi_2Se_3 , ktorej hrúbka bola z elipsometrického hľadiska rovnako polonekonečná, ako aj v našom prípade. Článok sa zameriaval na skúmanie rýchlosti samovoľného tvorenia vrstvy oxidu na povrchu



Obr. 6.1: Spektrálna závislosť oboch zložiek komplexného indexu lomu z [15] pre porovnanie dopočítaných zložiek komplexného indexu lomu z dát meraných na vzorke 3 (viď 5.2).

vzorky, k čomu bola použitá okrem iného aj elipsometria zo svetlom s energiou 1 – 4 eV. Nakoľko metóda elipsometrie nám umožňuje vypočítať reálnu a imaginárnu časť relatívnej permitivity pre každú vrstvu osobitne, v článku [15] sa nachádza aj graf spektrálnej závislosti týchto veličín 6.1, ktorý ak vizuálne porovnáme s grafom 5.2, tak vidíme dobrú zhodu. V oboch prípadoch pozorujeme napríklad aj výrazné absorpčné maximum pre energiu v okolí 2 eV ktoré podľa [16] odpovedá prechodu medzi dvojicou pásov Bi_2Se_3 .

Zároveň je ale vidieť, že grafy 6.1 a 5.2 nemajú rovnakú škálu na y-ovej osi. Konkrétne v grafe 6.1 imaginárna časť relatívnej permitivity, ktorá je podľa 1.57 len preškálovaním absorpčného koeficientu, dosahuje maximálnu hodnotu približne 40 a v grafe 5.2 dosahuje maximálnu hodnotu približne 55. Tento rozdiel hodnôt vieme vysvetliť tak, že ak si látku predstavíme ako súbor oscilátorov, majú oscilátory z našej vzorky väčšiu pravdepodobnosť byť rozkmitané elektrickou vlnou EM - žiarenia, v dôsledku čoho väčšia časť energie svetla látkou neprejde. Toto zvýšenie pravdepodobnosti je spôsobené tým, že vlastná frekvencia jednotlivých oscilátorov má užšie pravdepodobnostné rozdelenie, t.j. látka je homogénnejšia. Znamená to teda, že nami meraná vzorka je z kryštalografického hľadiska kvalitnejšia.

Záver

Bakalárska práca bola zameraná na výskum tenkých vrstiev topologického izolátora Bi_2Se_3 . Výskum sa sústreďoval najmä na zisťovanie jeho elektrónovej štruktúry a to nielen pre nízke energie (250 – 500 meV), ale aj pre vysoké (1 – 6 eV).

Pre energie (250 – 500 meV) sme merali spektrálnu závislosť relatívnej transmisie vzorky na magnetickom poli voči transmisii pri nulovom poli. Zo zvyšujúcim sa magnetickým polom boli viditeľné oscilácie relatívnej transmisie v závislosti na energii svetla. Tieto oscilácie odpovedali zvýšenej absorpcii svetla pre také energie, ktoré odpovedali energetickým rozdielom dvojíc Landauových hladín. Na základe teoretických modelov popísaných rovnicami 4.2 respektíve 4.5 sme fitovaním určili závislosť energie prechodov medzi Landauovými hladinami na magnetickom poli, z ktorej sme vyčítali šírku zakázaného pásu $2\Delta = 212.4 \pm 4.6$ meV ako aj tzv. pásovú inverziu $M = -23.2 \pm 0.6$ eV·Å². Okrem toho sme ukázali, že pre tenké vrstvy Bi_2Se_3 nadobúda všeobecný model vyjadrený rovnicou 4.2 svoj špeciálny prípad popísaný rovnicou 4.5, v ktorom je závislosť energie Landauových hladín na magnetickom poli lineárna. To podľa [13] znamená, že daný materiál má parabolickú disperziu.

Elektrónovú štruktúru pre vyššie hodnoty energií (1 – 6 eV) sme skúmali meraním optickej odozvy na elipsometri. Meranie sme opakovali pre všetky tri fragmenty vzorky. Nakoľko rozdiel medzi meraniami jednotlivých fragmentov, v súlade s predpokladmi, nebol pozorovaný, uvádzali sme merania len pre tretí fragment (ten, ktorý bol meraný vo vysokom magnetickom poli). Nameranú závislosť elipsometrických uhlov sme fitovali v programe *CompleteEASE* a z fitu následne určili reálnu a imaginárnu zložku indexu lomu. Z tvaru krivky reprezentujúcej imaginárnu zložku indexu lomu (odpovedajúcu absorpčnému koeficientu) sme vyčítali maximum absorpcie pre energiu 2 eV, ktorá odpovedá šírke prechodov medzi dvojicou pásov.

Namerané hodnoty pre nízke energie (merania absorpcie na Landauových hladinách) ako aj vysoké energie (elipsometrické merania) sme porovnali z [13] resp. [15]. Pri meraní v nízkych energiách, sa šírka nami určeného zakázaného pásu nezhodovala s hodnotou z [13]. To bolo spôsobené rôznou koncentráciou nosičov náboja v meraných vzorkách. V elipsometrickom meraní mali nami dopočítané hodnoty komplexnej relatívnej permitivity síce rovnaký priebeh, avšak boli preškálované na nižšie hodnoty, čo bolo pravdepodobne spôsobené tým, že naša vzorka mala vyššiu kvalitu ako vzorka skúmaná v [15].

Zoznam použitej literatúry

- [1] J. Moore. The birth of topological insulators. *Nature*, 4:194–198, Nov 2010.
- [2] M. Z. Hasan and C. L. Kane. Colloquium: Topological insulators. *Rev. Mod. Phys.*, 82:3045–3067, Nov 2010.
- [3] Petr Malý. *Optika*. Druhé Vydanie. Karolinum, Praha, 2013.
- [4] N. M. Bashara R. M. A. Azzam. *Ellipsometry and Polarized Light*. North-Holland Pub. Co., 1997.
- [5] J. Walker R. Resnick D. Halliday. *Fundamentals of Physics*. 9th edition. John Wiley & Sons, 2009.
- [6] E. M. Lifshitz L. D. Landau. *Quantum Mechanics (Non-relativistic Theory)*. 1977.
- [7] Donavan Cheah. Theoretical review of monolayer graphene. 10 2015.
- [8] Michael Hakl. *Infrared magneto-spectroscopy of relativistic-like electrons in three-dimensional solids*. Theses, Université Grenoble Alpes, December 2017.
- [9] J. A. de Haseth P. R. Griffiths. *Fourier Transform Infrared Spectrometry*. 2nd edition. John Wiley & Sons, 2007.
- [10] M. Vančík. Dynamická zmena optickej odozvy nanoštruktúr, 2019.
- [11] Inc. J. A. Woolam Co. CompleteEASE software manual. 2014.
- [12] A. Dubroka, O. Caha, M. Hronček, P. Friš, M. Orlita, V. Holý, H. Steiner, G. Bauer, G. Springholz, and J. Humlíček. Interband absorption edge in the topological insulators $\text{bi}_2(\text{Te}_{1-x}\text{Se}_x)_3$. *Phys. Rev. B*, 96:235202, Dec 2017.
- [13] M. Orlita, B. A. Piot, G. Martinez, N. K. Sampath Kumar, C. Faugeras, M. Potemski, C. Michel, E. M. Hankiewicz, and Brauner. Magneto-optics of massive dirac fermions in bulk Bi_2Se_3 . *Phys. Rev. Lett.*, 114:186401, May 2015.
- [14] M. Hakl, L. Ohnouteck, M. Veis, Č. Drašar, A. Materna, G. Strzelecka, A. Hruban, A. Slobodeniuk, B. A. Piot, G. Martinez, M. Potemski, and M. Orlita. The saturation of interband faraday rotation in Bi_2Se_3 . *EPL (Europhysics Letters)*, 117(4):47006, feb 2017.
- [15] Avery Green, Sonal Dey, Yong An, Brendan O’Brien, Samuel O’Mullane, Bradley Thiel, and Alain Diebold. Surface oxidation of the topological insulator bi_2se_3 . *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 34:061403, 01 2016.
- [16] Anthony Vargas. *Optical Properties of Nanoscale Bismuth Selenide and Its Heterocrystals*. PhD thesis, Northeastern University, January 2016.

Zoznam obrázkov

- 1 Náčrt vzniku lineárnej disperzie povrchových stavov. Fermiho hladina $E = E_F$ sa nachádza vnútri zakázaného pásu. Elektróny pohybujúce sa na povrchu sa správajú akoby mali takmer nulovú hmotnosť a tunelujú skrz potenciálové bariéry spôsobené nedokonalosťou povrchu. Pre elektrón s hybnosťou $\hbar k_0$ (červený bod vpravo, spin hore) je energeticky oveľa výhodnejšie bariéru pretunelovať, ako sa od nej odraziť a získať tak hybnosť $-\hbar k_0$ (červený bod vľavo spin dole), pretože to by nutne viedlo k zmene spinu. Klesnúť na nižšiu energiu elektrón nemôže, nakoľko všetky stavy s nižšou energiou sú obsadené (vyplýva z definície Fermiho hladiny). Z tohto dôvodu je pre elektrón energeticky najvýhodnejšie skrze prekážku pretunelovať. [2] 2
- 1.1 Graf závislosti imaginárnej a reálnej časti kvadrátu indexu lomu na pomere uhlovej frekvencie svetla ω a vlastnej frekvencie oscilátorov Ω . Pre pomer $\omega/\Omega = 1$ dochádza k rezonancii, čo sa prejaví na prudkom náraste imaginárnej časti indexu lomu. Zároveň vidíme prudkú zmenu reálnej časti indexu lomu. Je viditeľná istá závislosť medzi imaginárnou a reálnou časťou indexu lomu. Túto závislosť popisujú Kramers-Kronigerove relácie. [3] Graf bol vykreslený ako ilustrácia pre parametre $(q^2 N)/m_e \epsilon_0 = 1$, $\gamma = 1$ a $\Omega^2 = 1000$ 12
- 1.2 Graf závislosti absorpčného koeficientu α na podiele ω/Ω . Pre hodnoty podielu ω/Ω v okolí 1 hodnota absorpčného koeficientu (podobne ako pre graf imaginárnej časti relatívnej permitivity) prudko narastá. V tejto oblasti dochádza k rezonancii medzi elektromagnetickým žiarením a oscilátormi. Dochádza k zvýšeniu prenosu energie medzi elektromagnetickou vlnou a látkou. Pre túto frekvenciu svetla materiál absorbuje najviac. Graf bol vykreslený len ilustračne pre parametre $(q^2 N)/(m_e \epsilon_0 n c) = 1$, $\gamma = 1$ a $\Omega^2 = 1000$. 14
- 1.3 (a) znázorňuje závislosť energie elektrónov na vlnovom vektore bez pôsobenia vonkajšieho magnetického poľa. (b) znázorňuje situáciu pri nenulovom magnetickom poli. Energie vtedy nadobúdajú diskkrétne hodnoty 1.65 (označených v obrázku LL) nazvaných Landauove hladiny. [7] 16
- 2.1 Schéma experimentálneho usporiadania pre meranie transmisie pomocou FT spektrometra. 17
- 3.1 Schéma prístroja na vytváranie ultratenkých čistých vrstiev (MBE). V komore prístroja je udržiavaný nízky tlak, ktorý zabezpečuje, že sublimované časti kovov majú strednú dráhu letu vyššiu ako je ich vzdialenosť od substrátu, čím sa vytvorí *zväzok* častíc dopadajúcich na substrát. Rovnomernosť rastu vzorky je v reálnom čase kontrolovaná pomocou vysokoenergetickej elektrónovej odrazovej difrakcie (RHEED) a následne v reálnom čase aj regulovaná. . . . 21

4.1	Colormapa IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 1 Bi_2Se_3 . Zelenou elipsou sú zvýraznené absorpčné minimá spôsobené absorpciou na prechodoch medzi Landauovými hladinami.	22
4.2	Colormapa IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 2 Bi_2Se_3	23
4.3	Colormapa IR magnetotransmisného merania vzorky číslo 3 Bi_2Se_3	23
4.4	Colormapa IR magnetotransmisného merania vzorky 3 Bi_2Se_3 vo vysokom magnetickom poli (13 – 34T).	24
4.5	Transmisné spektrá pre vzorku 3 vykreslené postupne s konštantným posunom zoradené od najnižšieho magnetického poľa (13T) po najvyššie (34T) zdola nahor.	25
4.6	[13] Spektrum Landauových hladín podľa modelu 4.2 a 4.3, modré hladiny pochádzajú z Hamiltoniánu h_0 a červené z Hamiltoniánu h_0^* . Šípky označujú dominantné prechody medzi hladinami.	26
4.7	Experimentálne dáta energií prechodov medzi Landauovými hladinami preložené teoretickou závislosťou 4.4. Fitovanie prebehlo pre všetky prechody súčasne. Hodnoty parametrov fitu sa nachádzajú v tabuľke 4.1.	27
4.8	Experimentálne dáta energií prechodov medzi Landauovými hladinami preložené lineárnou teoretickou závislosťou 4.6. Fitovanie prebehlo pre všetky prechody súčasne. Hodnoty parametrov fitu sa nachádzajú v tabuľke 4.2.	28
5.1	Spektrálna závislosť elipsometrických uhlov pre vzorku 3 Bi_2Se_3 preložená modelom.	29
5.2	Spektrálna závislosť oboch zložiek komplexného indexu lomu pre vzorku číslo 3 Bi_2Se_3 . Reálna časť odpovedá klasickému indexu lomu, imaginárna časť odpovedá absorpcii 1.57. Obe zložky sú počítačovo domodelované za využitia Fresnelových vzťahov [3]. V grafe je vidieť podobnosť z teoretickými grafmi z podkapitoly 1.3 o klasickom modeli absorpcie predpovedajúcim priebeh reálnej a imaginárnej časti relatívnej permitivity 1.1.	30
6.1	Spektrálna závislosť oboch zložiek komplexného indexu lomu z [15] pre porovnanie dopočítaných zložiek komplexného indexu lomu z dát meraných na vzorke 3 (viď 5.2).	32

Zoznam tabuliek

4.1	Tabuľka fitovacích parametrov pre <i>full model</i>	27
4.2	Tabuľka fitovacích parametrov pre <i>lineárny model</i>	28
6.1	Tabuľka pre porovnanie parametrov lineárneho modelu. Riadky 2 a 3 odpovedajú parametrom určeným z nášho merania 4.2, riadky 4 a 5 odpovedajú parametrom z [13].	31